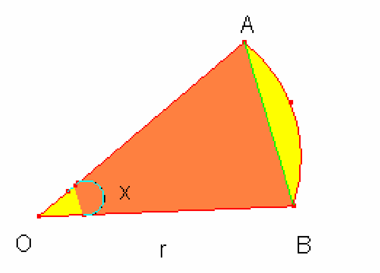
Punto 1



L’area del settore sarà

$$A_{sett} = \frac{1}{2} r^2 x$$

L’area del triangolo è data da $A_{AOB} = \frac{1}{2} r^2 \sin x$

L’area del segmento circolare sarà

$$S(x) = A_{sett} - A_{AOB} = \frac{1}{2} r^2 x - \frac{1}{2} r^2 \sin x = \frac{1}{2} r^2 (x - \sin x)$$

Punto 2

Essendo $r = 1$ avremo

$$S(x) = \frac{1}{2}(x - \sin x) \qquad \text{con} \quad x \in [0; 2\pi]$$

Intersezione con gli assi

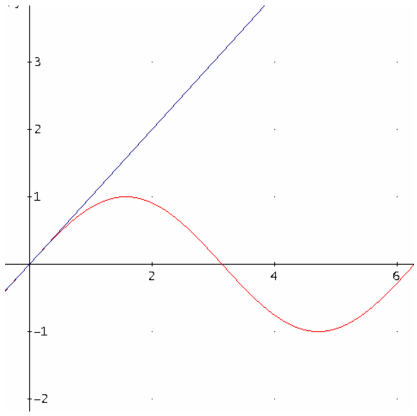
$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ otteniamo O(0:0)

$$\begin{cases} y = 0 \\ x - \sin x = 0 \end{cases}$$

Risolviamo

$x - \sin x = 0$ mediante il metodo grafico:

la retta $y = x$ e la curva $y = \sin x$ risultano tangenti in O per cui il sistema ha per soluzione O(0:0)



Inoltre

$S(0) = 0 \qquad\qquad S(2\pi) = 0$

Studio derivata prima

$$S'(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos x) \geq 0$$

$1 - \cos x \geq 0$

$\cos x \leq 1$ sempre verificata

La funzione è strettamente crescente

Studio derivata seconda

$$S''(x) = \frac{1}{2}\sin x$$

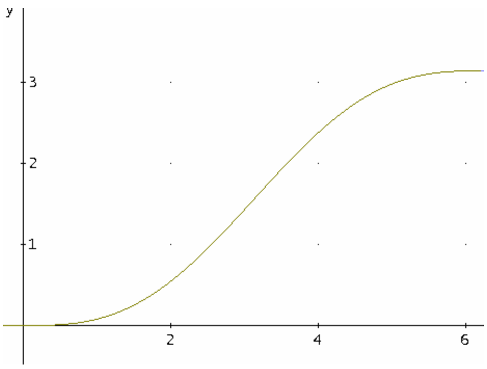
$S''(x) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \sin x \geq 0$

Quindi

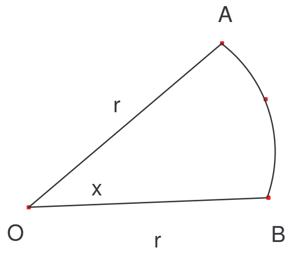
$0 \leq x \leq \pi$

Per $x = \pi$ si ha un punto di flesso

Il grafico sarà



Punto 3



L'area S(AOB) sarà

$S(AOB)=\frac{1}{2}r^2x$ da cui essendo $S=100$ avremo

$100=\frac{1}{2}r^2x$ $r=\sqrt{\frac{200}{x}}$

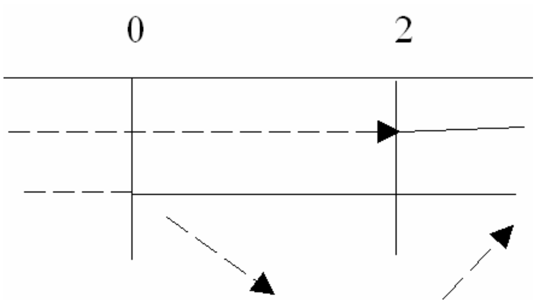
Inoltre $\overset{\frown}{AB}=rx$ avremo

$$P(x)=\frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{x}}+\frac{10x\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$$

$$P(x)=10\sqrt{2}\left(2x^{-\frac{1}{2}}+xx^{-\frac{1}{2}}\right)=10\sqrt{2}\left(2x^{-\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$P'(x)=10\sqrt{2}\left(2\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}-1}+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right)=10\sqrt{2}\left(-\frac{1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)=10\sqrt{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)$$

$P'(x)=\frac{x-2}{2x\sqrt{x}}\geq 0$ $x\geq 2$ $x>0$



Per $x=2$ si ha un punto di minimo

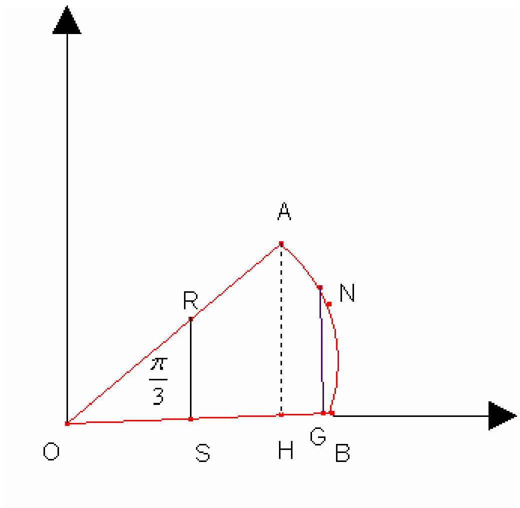
$r=\sqrt{\frac{200}{x}}=10$

Essendo 2 l'ampiezza dell'angolo in radianti, in gradi avremo

$2:\pi=x:180$

$x=\frac{2\cdot 180}{\pi}=114°38'58''$

Punto 4



Si ha $r = 2$ $x = \frac{\pi}{3}$

$OH = 2\cos\frac{\pi}{3} = x\sqrt{3}$ dove RS è il lato del quadrato della sezione

Inoltre $S(x) = 3x^2$

Avremo

$(NG)^2 = 4 - x^2$ perché $OG = x \Rightarrow y^2 = 4 - x^2$ con $(NG)^2 = y^2$

Il volume sarà

$$V = \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx = \left[x^3\right]_0^1 + \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_1^2 = 1 + 8 - \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$