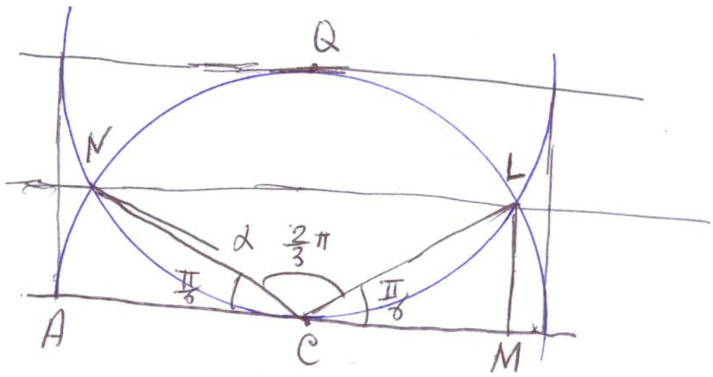


Consideriamo il triangolo CML rettangolo in M
Si ha

$$ML = \frac{1}{2}\, LC = \frac{1}{2}$$

L'angolo $L\hat{C}M$ avrà ampiezza $\frac{\pi}{6}$, pertanto l'angolo NCL sarà

$$N\hat{C}L = \frac{2}{3}\pi$$

L'area del settore circolare NCL sarà data dalla proporzione

$$\pi r^2 : 2\pi = S_1 : \alpha$$

$$S_1 = \frac{\pi r^2 \alpha}{2\pi} = \frac{\pi}{3}$$

L'area del triangolo NCL sarà

$$S_2 = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{3}\pi = \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

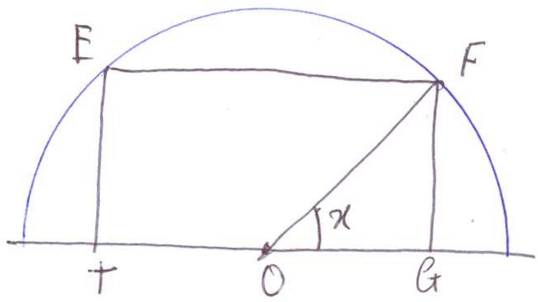
L'area del segmento circolare NQL sarà

$$S = S_1 - S_2 = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

L'area richiesta sarà

$$2S = \frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b)



posto $x = F\hat{O}G$ si ha con $0 < x < \frac{\pi}{2}$

$FG = \sin x$

$OG = \cos x$

$TG \; 2\cos x$.

L'area del rettangolo EFGT sarà

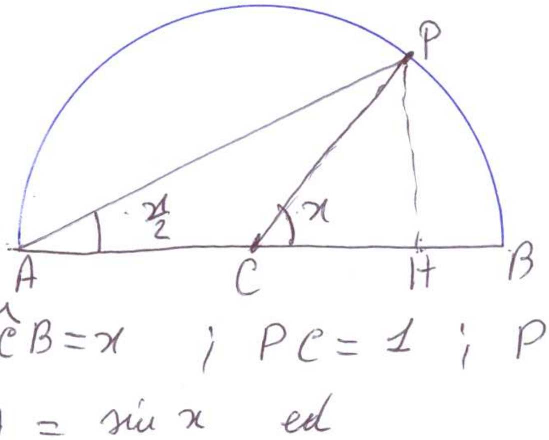
$$A(EFGT) = 2\sin x\cos x = \sin 2x$$

L'area massima si ottiene quando $\sin 2x = 1$ cioè

$$2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

Il rettangolo di area massima è costituito da due quadrati.

c)



Poniamo $P\hat{C}B = x$; $PC = 1$; $P\hat{A}B = \frac{x}{2}$

inoltre $PH = \sin x$ ed

$AH = \sin x \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$; $CH = \cos x$

L'area S_1 sarà

$$S_1 = \frac{AH \cdot PH}{2} = \frac{1}{2} \sin^2 x \, \mathrm{ctg}\,\frac{x}{2}$$

L'area S_2 sarà

$$S_2 = \frac{PH \cdot CH}{2} = \frac{\sin x \cos x}{2}$$

Il rapporto $f(x) = \frac{S_1}{S_2}$ sarà

$$f(x) = \frac{\frac{1}{2} \sin^2 x \, \mathrm{ctg}\,\frac{x}{2}}{\frac{1}{2} \sin x \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} \, \mathrm{ctg}\,\frac{x}{2}$$

essendo $\mathrm{ctg}\,\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{\sin x}$ si ha

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \, \frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{1+\cos x}{\cos x} = \sec x + 1$$

d) $f(x) = \sec x + 1$

Il grafico si ottiene traslando di 1 sull'asse y la funzione $\sec x$, si ha