## Quesito 1

La funzione sarà del tipo

$$y = -\cos x + k$$

Dovendo passare per il punto $P(0;2)$ avremo

$2 = -\cos 0 + k$ otteniamo

$k = 3$

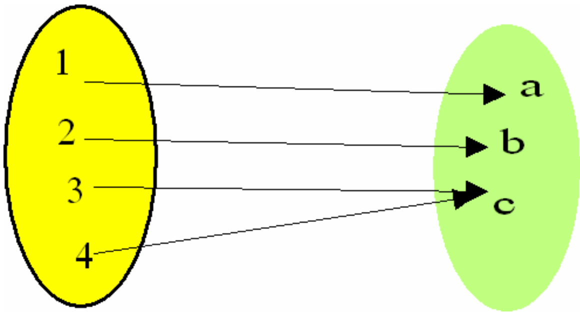
La funzione sarà

$$y = -\cos x + 3$$

## Quesito 2

Poiché il numero degli elementi di A supera quello di B la funzione è suriettiva del tipo

$f(1) = a \quad f(2) = b \quad f(3) = c \quad f(4) = c$




## Quesito 3

$$y = x^3 + kx^2 + 3x - 4$$

Consideriamo la derivata prima

$$y' = 3x^2 + 2kx + 3$$

Affinché vi sia una sola tangente orizzontale dovrà essere

$3x^2 + 2kx + 3 = 0$ con

$\frac{\Delta}{4} = 0$ e quindi $k^2 - 9 = 0$ $\quad k = \pm 3$

## Quesito 4

I poliedri regolari hanno come facce poligoni regolari congruenti. In ogni vertice del poliedro convergono almeno tre facce e la somma degli angoli di tali facce è minore di 360°

Se le facce sono esagonali avremo

$s = 3 \cdot 120 = 360$ che è impossibile

Pertanto l'affermazione è falsa

## Quesito 5

$\frac{0}{1} = 0$ esiste Tutte le altre sono

$\frac{0}{0}$ indeterminata

$\frac{1}{0}$ impossibile

$0^0$ non esiste

## Quesito 6

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{-x}=\lim_{x\to+\infty}-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}=1$$

## Quesito 7

**Legge di ricorrenza**

$$\binom{n}{k+1}=\binom{n}{k}\frac{n-k}{k+1}$$

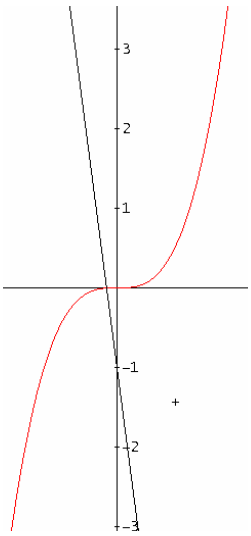
Si ha

$$\binom{n}{k+1}=\frac{n(n-1)(n-2).....(n-k-1+1)}{(k+1)!}=\frac{n(n-1)(n-2).....(n-k+1)(n-k)}{(k+1)\cdot k!}=$$

$$=\frac{n(n-1)(n-2).....(n-k+1)}{k!}\frac{n-k}{k+1}=\binom{n}{k}\frac{n-k}{k+1}$$

Questa proprietà ci permette di calcolare il numero delle combinazioni di classe k+1 (cioè della classe successiva) quando è noto il numero delle combinazioni di classe assegnata.

## Quesito 8



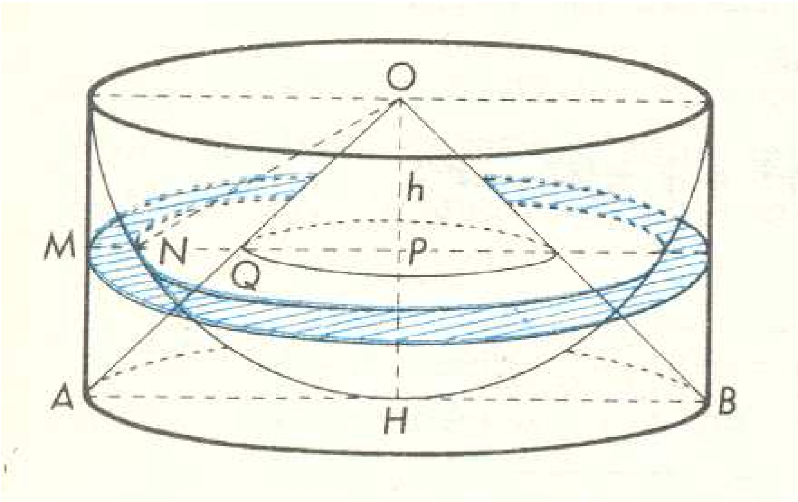

La soluzione si può ottenere mediante il metodo grafico

$x^{2009}=-1-2009x$ ponendo

$y=x^{2009}$ e $y=-1-2009x$

La prima curva è simmetrica rispetto all'origine essendo una potenza di grado dispari di x ed è strettamente crescente; in particolare passa per il punto $(-1;-1)$ e per $(0;0)$ la seconda è una retta avente coefficiente angolare negativo, che passa per il punto $(0;-1)$ ed interseca l'asse x in un punto compreso fra 0 e -1

**Quesito 9**




Data una semisfera di raggio r, consideriamo il cilindro ad essa circoscritto.
Il volume di questa scodella è uguale a quello del cono che ha per base una base del cilindro.
Tagliamo questi due solidi con un qualunque piano $\alpha$ parallelo al piano di base e distante h dal vertice O. Poiché il triangolo OHA è isoscele essendo AH = HO = r, risulta anche isoscele il triangolo simile OPQ, pertanto PQ = OH = h. L'area S della sezione del cono con il piano $\alpha$ è il cerchio avente il centro P e raggio PQ = h.
Avremo:

$$S = \pi h^2$$

La sezione del piano $\alpha$ con la scodella sarà la corona circolare che ha per raggi PM e PN, quindi la sua area S' sarà

$$S' = \pi(PM)^2 - \pi(PN)^2$$

Dal triangolo rettangolo ONP avremo

$$(PN)^2 = (ON)^2 - (OP)^2 = r^2 - h^2 \qquad \text{dove } PM = r$$

Sostituendo avremo

$$S' = \pi r^2 - \pi(r^2 - h^2) = \pi h^2$$

Confrontando le aree S ed S' otteniamo

S = S'

Poiché le aree delle sezioni effettuate con un qualunque piano $\alpha$ parallelo a quello comune $\beta$ della base del cono e della scodella sono per il principio di Cavalieri, equivalenti, lo sono anche i solidi considerati.
Indichiamo von V' il volume della semisfera di raggio r, avremo:

$$V' = \pi r^2 r - \frac{1}{3}\pi r^2 r = \frac{2}{3}\pi r^3$$

Quindi il volume V della sfera, essendo il doppio di V' sarà

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

## Quesito 10

$$f(x) = \cos 5x$$

avremo

$\cos 5(x+T) = \cos 5x$ e quindi

$5x + 5T = 5x + 2k\pi$ da cui

$T = \frac{2}{5}k\pi$ per $k = 1$ avremo

$$T = \frac{2}{5}\pi$$