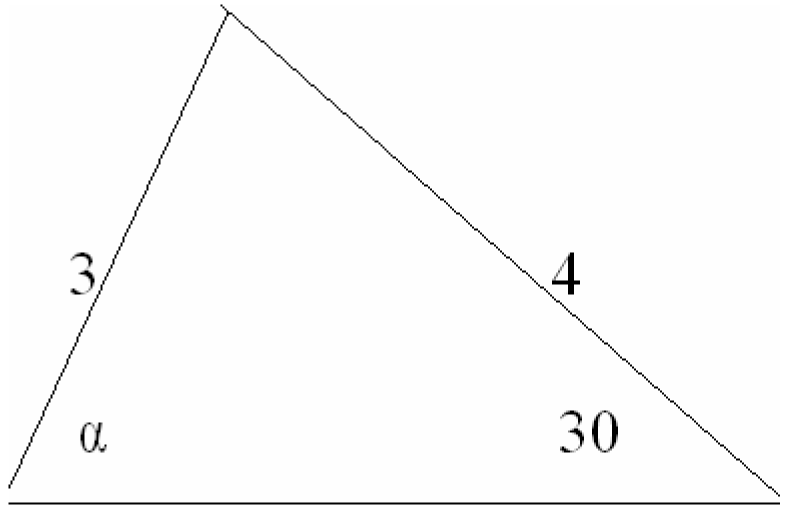
Quesito 1



Applicando il teorema dei seni otteniamo

$$\frac{4}{\sin\alpha}=\frac{3}{\sin 30}$$
$$\frac{4}{\sin\alpha}=6$$
$$\sin\alpha=\frac{2}{3}$$
$$\alpha=\arcsin\frac{2}{3}=41^{\circ}48'37''$$

Quesito 2

Per il teorema che afferma che la somma degli angoli che formano le facce deve essere minore di 360°si hanno i solidi platonici che sono
Tetraedro regolare
Ottaedro regolare
Icosaedro regolare
Cubo
Dodecaedro regolare
Se le facce sono esagoni regolari avremo
$3 \bullet 120=360$
Per cui non esistono poliedri che hanno per facce esagoni regolari

Quesito 3

Dal binomio di Newton
$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$
avremo

$$\left(a+b\right)^n=\sum_{k=0}^{n} b^k \binom{n}{k}\left(2a^2\right)^{n-k}\left(-3b^3\right)^k=-1080a^4b^2$$

Per cui dovrà essere

$2k=4$

$3(n-k)=9$

Quindi $k=2$ $n=5$

Quesito 4

Essendo la base $f\left(x\right)=e^{\frac{1}{x}}$ e l'altezza $h\left(x\right)=\frac{1}{x^2}$

Il volume del solido sarà

$$\int_{-2}^{-1} e^{\frac{1}{x}}\frac{1}{x^2}dx=\left[-e^{\frac{1}{x}}\right]_{-2}^{-1}=-e^{-1}+e^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}-\frac{1}{e}$$

Quesito 5

I numeri divisibili per2 sono 3000

I numeri divisibili per 3 sono 2000 tra questi la metà è divisibile per 2 per cui i numeri divisibili per 3 ma non per 2 sono 1000

I numeri divisibili per 5 sono 1200, tra questi vi sono quelli divisibili per 2z e per 3 per cui i numeri divisibili solo per 5 sono 400

I numeri non divisibili né per 2, né per 3, né per 5 sono

$$6000-\left(3000+1000+400\right)=1600$$

Quesito 6

Indicando con x il lato del quadrato e con y l'altezza avremo

$V=x^2y=5$ per cui $y=\frac{5}{x^2}$

La superficie sarà

$$S\left(x\right)=4x\frac{5}{x^2}+2x^2=\frac{20}{x}+2x^2$$

$$S'\left(x\right)=-\frac{20}{x^2}+4x\geq 0$$

$4x^3-20\geq 0$ $x^3-5\geq 0$ $x^3\geq 5$

Si avrà un minimo per

$$x=\sqrt[3]{5}=171mm$$

Quesito 7

Per il teorema della media avremo

$$\frac{1}{k}\int_0^k x^3dx=\frac{1}{k}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^k=\frac{x^3}{4}$$

Si ha quindi

$$\frac{k^3}{4}=9 \qquad k^3=36 \qquad k=\sqrt[3]{36}$$

Quesito 8

Un polinomio di quarto grado sarà del tipo

$$y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$

Avremo

$$y'=4ax^3+3bx^2+2cx+d$$

Dalle condizioni richieste

$$y(1)=0$$
$$y'(2)=0$$
$$y(2)=3$$
$$y(3)=3$$
$$y'(3)=0$$

Otteniamo il sistema

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=0 \\ 16a+8b+4c+2d+e=3 \\ 81a+27b+9c+3d+e=3 \\ 32a+12b+4c+d=0 \\ 108a+27b+6c+d=0 \end{cases}$$

Risolvendo con derive otteniamo

$$a=-\frac{3}{4} \quad b=\frac{15}{2} \quad c=-\frac{111}{4} \quad d=45 \quad e=-24$$

Quesito 9

$$f(x)=\sqrt{3-\log_2(x+5)}$$

Il dominio si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} x+5>0 \\ 3-\log_2(x+5)\geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-5 \\ \log_2(x+5)\leq 3 \quad \log_2(x+5)\leq \log_2 8 \quad x\leq 3 \end{cases}$$

Avremo pertanto che il dominio sarà

$$-5 \leq x \leq 3$$

Quesito 10

$$\left[\frac{1}{5}\left(x^2-10x+26\right)\right]^{x^2-6x+1}$$

Dovrà essere

$$x^2-10x+26>0$$

Inoltre avremo

$$x^2-6x+1=0 \cup \frac{1}{5}\left(x^2-10x+26\right)=1$$
$$x^2-6x+1=0 \quad x=3\pm 2\sqrt{2}$$
$$x^2-10x+26=5 \quad x=5\pm 2$$

Pertanto le soluzioni sono 4