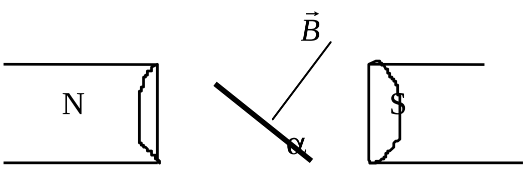
CORRENTI ALTERNATE

Consideriamo una bobina ruotante, con velocità angolare ω costante all'interno di un campo magnetico uniforme $\vec{B}$. Gli estremi della spira sono collegati a due anelli chiamati collettori su cui poggiano due spazzole che rappresentano i poli del generatore. Sappiamo che dalla rotazione di una spira in un campo magnetico si origina una corrente indotta ed una f.e.m. indotta. Se la spira è parallela al campo magnetico, il flusso è nullo, per cui $\Phi = BS\cos\omega\, t = 0$, mentre se la spira è perpendicolare al campo magnetico $\Phi = BS\cos\omega\, t = \pm BS$



Dopo che la spira è ruotata di in certo angolo in un tempo t si ha

$$\alpha = \omega\, t$$

Poiché l'angolo di cui è ruotata la spira è anche l'angolo formato dalla normale alla spira con il vettore B si ha

$$\Phi = BS\cos\omega\, t$$

La f.e.m. sarà

$$f = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS\cos\omega\, t) = \omega\, BS\,\mathrm{sen}\,\omega\, t$$

cioè

$$f = E\,\mathrm{sen}\,\omega\, t$$

dove

$$E = \omega\, BS$$

è il massimo valore della f.e.m.

Si produce quindi tra le due estremità della spira una differenza di potenziale variabile sinusoidalmente nel tempo, chiamata f.e.m. alternata. Per un circuito ohmico se R è la resistenza totale, si ha una corrente alternata

$$i = \frac{f}{R}$$

cioè del tipo

$$i = I_0\,\mathrm{sen}\,\omega\, t$$

dove

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

è il valore massimo dell'intensità di corrente.
La velocità angolare, detta anche pulsazione sarà

$$\omega = 2\pi\, \upsilon = \frac{2\pi}{T}$$

La corrente alternata è caratterizzata dal suo massimo valore I_0 chiamato ampiezza , dal periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ e dalla frequenza $\upsilon = \frac{\omega}{2\pi}$.
In una resistenza R percorsa da una corrente alternata, si ha lo sviluppo di una certa quantità di calore Q. Per avere lo sviluppo della stessa quantità di calore con una corrente continua che attraversa la stessa resistenza in un intervallo di tempo uguale l'intensità della corrente continua deve avere un valore ben definito, detto valore efficace della corrente alternata che viene indicato con i_{eff} .

CALCOLO DEL VALORE EFFICACE DI UNA CORRENTE ALTERNATA

L'energia elettrica dissipata per effetto Joule in una resistenza R percorsa da una corrente alternata è

$$dL = Ri^2 dt$$

essendo

$$i = I_0 \operatorname{sen} \omega\, t$$

si ha

$$L = RI_0^2 \int_0^T sin^2 \omega\, tdt$$

applicando le formule di bisezione avremo

$$\int_0^T sin^2 \omega\, tdt = \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega\, t}{2} dt = \frac{1}{2}\int_0^T dt - \frac{1}{2}\int_0^T \cos 2\omega\, tdt = \frac{1}{2}\int_0^T dt - \frac{1}{4\omega}\int_0^T 2\cos 2\omega\, tdt =$$

$$= \frac{1}{2}T - \frac{1}{4\omega}\left[\operatorname{sen} 2\omega\, t\right]_0^T$$

essendo

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{si ha}$$

$$\int_0^T sin^2 \omega\, tdt = \frac{1}{2}T - \frac{1}{4\omega}\left[\operatorname{sen} 4\pi - \operatorname{sen} 0\right] = \frac{1}{2}T\ .$$

$$L = \frac{RI_0^2 T}{2}$$

che rappresenta l'energia dissipata da una corrente continua $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ nello stesso tempo T.
Per cui il valore efficace di una corrente alternata risulta

$$i_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}\ .$$

CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

Esaminiamo il comportamento di un circuito alimentato da una f.e.m. alternata del tipo

$$f = V_0 \operatorname{sen} \omega t$$

di ampiezza V_0 e periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ e frequenza $\upsilon = \frac{\omega}{2\pi}$. Consideriamo i seguenti casi :

Circuito ohmico

Un circuito ohmico alimentato da una tensione alternata è attraversato da una corrente alternata avente lo stesso periodo ed è in fase con la tensione, cioè tensione e corrente assumono nello stesso istante il massimo, il minimo e tutti gli altri valori compresi tra il massimo ed il minimo.

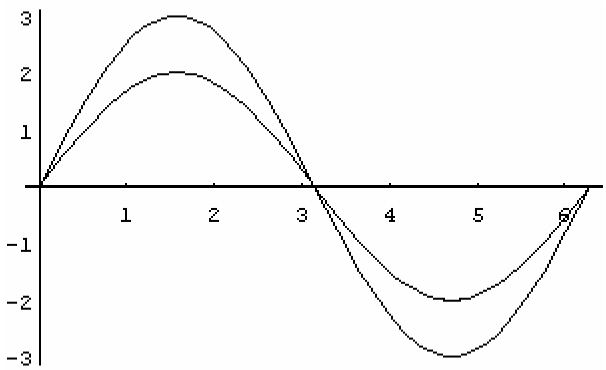
La corrente alternata sarà del tipo

$$i = I_0 \operatorname{sen} \omega t$$

nella quale l'ampiezza, in base alla legge di Ohm è

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

dove R è la resistenza totale del circuito. Analoga relazione vale per i valori efficaci.



Circuito induttivo

Dato un circuito di induttanza L, alimentato da una tensione alternata, cioè un circuito contenente una bobina, la cui induttanza determina una f.e.m. che per la legge di Lenz ostacola la corrente. Si ha, per la legge di ohm applicata al circuito

$$V_0 \operatorname{sen} \omega\, t - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad \text{dove} \qquad f = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad \Phi = li$$

cioè

$$di = \frac{V_0}{L} \operatorname{sen} \omega\, t\, dt$$

Integrando tra l'istante t = 0 e il generico istante t, otteniamo

$$\int_{i_0}^{t} dt = \frac{V_0}{L}\int_0^t sin\, \omega\, tdt$$

e quindi

$$i - i_0 = -\frac{V_0}{L\omega}\cos\omega\, t + \frac{V_0}{L\omega}$$

Ponendo

$$i_0 = -\frac{V_0}{L\omega}$$

otteniamo

$$i = -\frac{V_0}{L\omega}\cos\omega\, t$$

che possiamo anche scrivere tenendo presente che

$$\cos\alpha = sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \qquad sin\left(-\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right) = -sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i = \frac{V_0}{L\omega}\, sin\left(\omega\, t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Per cui la corrente che attraversa il circuiti è alternata, come la tensione, ha lo stesso periodo ed è sfasata in ritardo di $\frac{\pi}{2}$.

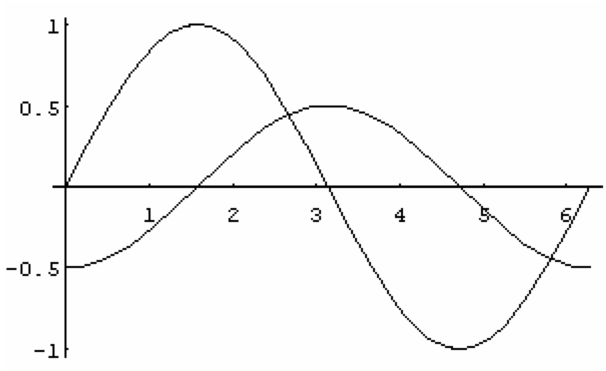
Inoltre sussiste la relazione

$$I_0 = \frac{V_0}{\omega\, L}\cos\omega\, t$$

La grandezza $X_L = \omega\, L$ prende il nome di **reattanza induttiva** e si misura in ohm, segue quindi

$$I_0 = \frac{V_0}{X_L}$$

che rappresenta l'espressione della legge di Ohm per un circuito induttivo.



Circuito capacitivo.

Consideriamo un circuito contenente un condensatore di capacità C, senza induttanza, alimentato da una f.e.m. espressa dalla relazione

$$f = V_0 \operatorname{sen} \omega t$$

nel caso ideale di resistenza ohmica nulla. Osserviamo che un circuito analogo, alimentato da una f.e.m. costante come quella di una pila, si lascia attraversare da corrente durante una breve fase transitoria in cui avviene la carica del condensatore.
Nell'istante in cui la d.d.p. tra le armature del condensatore diventa uguale alla f.e.m. della batteria, il passaggio della corrente si interrompe. Per tale motivo si dice che un condensatore presenta una resistenza infinita alle correnti continue.
Nel caso qui considerato, invece, in cui l'alimentazione è prodotta da una f.e.m alternata, per la legge di Ohm applicata al circuito chiuso si ha :

$$V_0 sin\omega t - \frac{q}{C} = 0$$

in cui q è la carica che si trova sulle armature all'istante t. Dalla precedente si ricava :

$$V_0 \operatorname{sen} \omega t - \frac{q}{C} = 0$$

nella quale q è la carica che si ha sulle armature all'istante t = 0.
Dalla relazione precedente otteniamo

$$q = V_0 C \operatorname{sen} \omega t$$

essendo

$$i = \frac{dq}{dt}$$

avremo

$$i = \omega C V_0 \cos \omega t$$

essendo

$$\cos\omega t = sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

avremo

$$i = \omega CV_0 \; sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Per cui il circuito è attraversato da una corrente alternata avente lo stesso periodo, ma sfasata in anticipo rispetto alla tensione di $\frac{\pi}{2}$.

Sussiste inoltre la relazione

$$I_0 = \frac{V_0}{\frac{1}{\omega C}}$$

C.a.6

in cui la grandezza

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

prende il nome di **reattanza capacitiva** e si misura in ohm.