

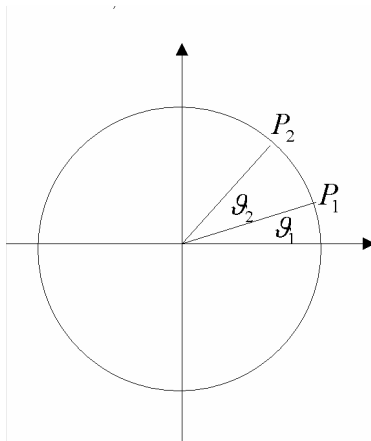
Moto circolare uniforme

Definiamo moto circolare uniforme il moto di un punto che descrive una circonferenza con velocità costante in modulo.

Definiamo periodo T il tempo impiegato per descrivere un'intera circonferenza, mentre la frequenza è il numero di giri compiuti nell'unità di tempo.

Velocità angolare

Definiamo velocità angolare media il rapporto fra l'angolo descritto dal raggio vettore e il tempo impiegato a descriverlo



Indicando con ϑ_1 e ϑ_2 le posizioni angolari dei punti P_1 e P_2 avremo:

$$\omega_m = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} \quad (1)$$

e verrà misurata in $\frac{rad}{s}$

la velocità angolare istantanea sarà

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$$

La (1) si può scrivere, se $t_1 = 0$

$$\vartheta = \vartheta_0 + \omega_m t \quad (2)$$

che esprime la legge oraria del moto circolare uniforme.

Risulta evidente che se il punto P compie un giro completo, si ha:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

Essendo la velocità tangenziale data dal rapporto fra l'arco descritto e il tempo impiegato a descriverlo avremo:

$$v = \frac{r\vartheta}{t}$$

In un intero giro otteniamo

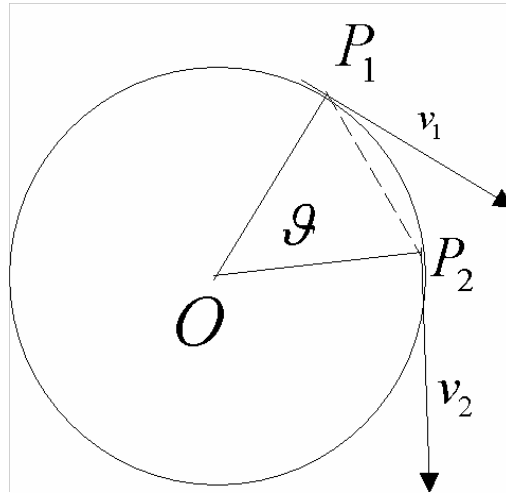
$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{che per la (3) possiamo scrivere}$$

$$v = \omega r$$

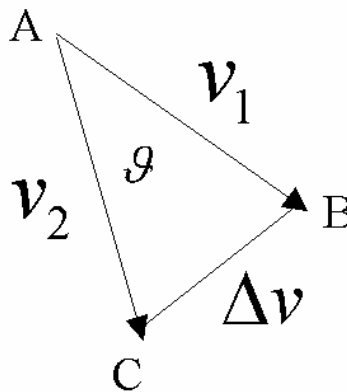
accelerazione centripeta

Poiché la direzione della velocità, essendo tangente in ogni punto alla circonferenza, varia al variare del tempo, avremo

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Riportiamo i vettori v_1 e v_2 in un punto. Se l'angolo ϑ è molto piccolo, l'arco P_1P_2 . Inoltre $v_1 = v_2 = v$



Consideriamo i due triangoli isosceli OP_1P_2 ed ABC che avendo lo stesso angolo al vertice ϑ sono simili. Si ha quindi:

$$\frac{OP_2}{P_1P_2} = \frac{AC}{CB}$$

Essendo $OP_2 = r$

$$P_1P_2 = v\Delta t$$

$$AC = v$$

$$CB = \Delta v$$

Otteniamo:

$$\frac{r}{v\Delta t} = \frac{v}{\Delta v} \quad \text{che si può scrivere}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

essendo

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{avremo}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Poiché l'accelerazione ha la direzione di Δv sarà diretta verso il centro della circonferenza e viene chiamata accelerazione centripeta.

Tenendo presente che

$$v = \omega r$$

avremo

$$a_c = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

ed anche, essendo

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$