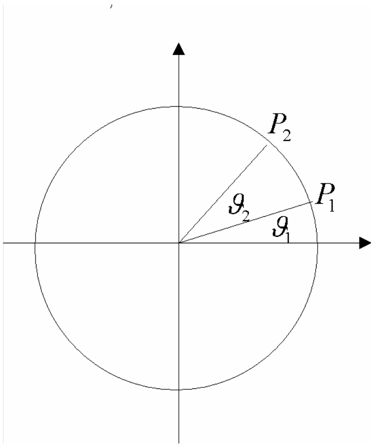
# Moto circolare uniforme

Definiamo moto circolare uniforme il moto di un punto che descrive una circonferenza con velocità costante in modulo.
Definiamo periodo T il tempo impiegato per descrivere un'intera circonferenza, mentre la frequenza è il numero di giri compiuti nell'unità di tempo.

**Velocità angolare**

Definiamo velocità angolare media il rapporto fra l'angolo descritto dal raggio vettore e il tempo impiegato a descriverlo




Indicando con $\vartheta_1$ e $\vartheta_2$ le posizioni angolari dei punti $P_1$ e $P_2$ avremo:

$$\omega_m = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} \qquad (1)$$

e verrà misurata in $\frac{rad}{s}$

la velocità angolare istantanea sarà

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$$

La (1) si può scrivere, se $t_1 = 0$

$$\vartheta = \vartheta_0 + \omega_m t \qquad (2)$$

che esprime la legge oraria del moto circolare uniforme.
Risulta evidente che se il punto P compie un giro completo, si ha:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (3)$$

Essendo la velocità tangenziale data dal rapporto fra l'arco descritto e il tempo impiegato a descriverlo avremo:

$$v = \frac{r\vartheta}{t}$$

In un intero giro otteniamo

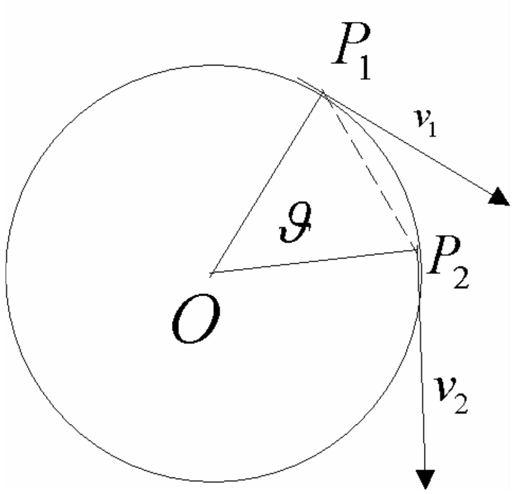
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$ che per la (3) possiamo scrivere

$$v = \omega r$$

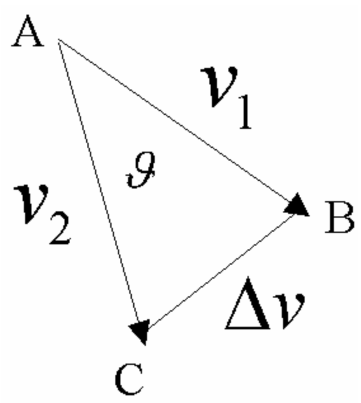
**accelerazione centripeta**

Poiché la direzione della velocità, essendo tangente in ogni punto alla circonferenza, varia al variare del tempo, avremo

$$\underline{a}_m = \frac{\underline{v}_2 - \underline{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \underline{v}}{\Delta t}$$




Riportiamo i vettori $\underline{v}_1$ e $\underline{v}_2$ in un punto. Se l'angolo $\vartheta$ è molto piccolo, l'arco $P_1P_2$. Inoltre $v_1 = v_2 = v$




Consideriamo i due triangoli isosceli $OP_1P_2$ ed ABC che avendo lo stesso angolo al vertice $\vartheta$ sono simili. Si ha quindi:

$$\frac{OP_2}{P_1P_2} = \frac{AC}{CB}$$

Essendo $OP_2 = r$ $\quad P_1P_2 = v\Delta t$ $\quad AC = v$ $\quad CB = \Delta v$

Ottteniamo:

$$\frac{r}{v\Delta t} = \frac{v}{\Delta v}$$ che si può scrivere

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

essendo

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ avremo

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Poiché l'accelerazione ha la direzione di $\Delta v$ sarà diretta verso il centro della circonferenza e viene chiamata accelerazione centripeta.

Tenendo presente che

$$v = \omega r$$

avremo

$$a_c = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

ed anche, essendo

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_c = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$