DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

$$\sqrt[n]{f(x)} \gtrless g(x)$$

Primo caso - n dispari

$$f(x) \gtrless \left[g(x)\right]^n$$

Secondo caso - n pari (n = 2)

a) $\sqrt{f(x)} < g(x)$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < \left[g(x)\right]^2 \end{cases}$$

b) $\sqrt{f(x)} > g(x)$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > \left[g(x)\right]^2 \end{cases}$$

si ha inoltre:

i) $g(x) > \sqrt{f(x)}$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ \left[g(x)\right]^2 > f(x) \end{cases}$$

ii) $g(x) < \sqrt{f(x)}$

$$\begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \left[g(x)\right]^2 < f(x) \end{cases}$$

Per risolvere una disequazione del tipo

$$\sqrt{f(x)} > \left|g(x)\right|$$

dovremmo risolvere i sistemi

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > \left[g(x)\right]^2 \end{cases}$$

Poiché il primo sistema non ammette soluzioni essendo $|g(x)|$ non negativo, basta risolvere solamente la disequazione

$$f(x) > |g(x)|^2$$

in quanto

$|g(x)| \geq 0$ è sempre verificata.

Se la disequazione è del tipo

$$\sqrt{f(x)} < g(x)$$

dovremmo risolvere il sistema

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < |g(x)|^2 \end{cases}$$

Poiché $|g(x)| > 0$ è sempre verificata, basta risolvere il sistema

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) < |g(x)|^2 \end{cases}$$

pvvero

$$f(x) < |g(x)|^2$$

nel dominio della disequazione.(Per risolvere una disequazione irrazionale è opportuno determinare il dominio della disuguaglianza, cioè gli intervalli in cui essa ha significato in $\mathbb{R}$)