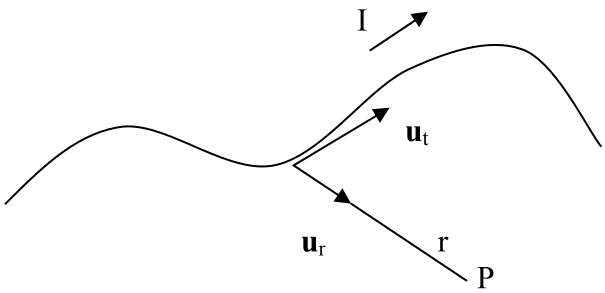
Sorgenti del campo magnetico. Forze tra correnti

Un campo magnetico può essere prodotto da una corrente elettrica. Esperienze di questo tipo furono effettuate nella prima ventina di anni del secolo scorso.
Si notò infatti che gli aghi delle bussole, sensibili al campo magnetico terrestre, possono essere deflessi se avvicinati ad un materiale ferromagnetico (magnete permanente o calamita), o se nelle loro vicinanze fluisce entro un conduttore, una corrente elettrica. Per cui una corrente elettrica fa deflettere l'ago di una bussola allo stesso modo con cui agisce su di essa un materiale magnetico.
Questo implica che una corrente elettrica è responsabile, nel suo intorno, di una modifica dello spazio, cioè di un campo magnetico.
Resta aperta la questione se i campi magnetici si trovano all'intorno e all'interno di materiali magnetizzati, quali i magneti permanenti e se abbiano o meno la stessa origine. In un materiale magnetizzato, apparentemente non vi è alcuna corrente che fluisce, tuttavia l'origine microscopica dei campi magnetici è la stessa, infatti i campi magnetici possono essere prodotti da correnti elettriche. Il tipo di legge che mette in relazione una corrente elettrica che fluisce entro un conduttore, con un campo magnetico generato dalla corrente stessa nelle vicinanze di un conduttore, è una relazione, sia sperimentalmente che teoricamente molto complessa.
Qualitativamente possiamo dire che il campo magnetico $\vec{B}$ è generato da correnti, se il campo magnetico è statico, le correnti sono stazionarie.
Questa interpretazione qualitativa è basata sul fatto che sperimentalmente materiali magnetici vengono attratti debolmente dalle correnti elettriche e che l'ago di una bussola viene lievemente deflesso da una corrente elettrica. Il campo magnetico, è un campo vettoriale funzione del punto, per cui la legge che lo descrive deve essere una legge vettoriale.
Si sperava che la legge che collega campo il magnetico e la corrente che lo genera fosse assimilabile ad una legge come quella di Coulomb o come quella di Newton in cui vi è una dipendenza inversa col quadrato della distanza fra la sorgente del campo ed il punto in cui si misura il campo stesso. Mentre nel caso di campi gravitazionali e coulombiani le sorgenti sono puntiformi, nel caso del campo magnetico le sorgenti sono correnti elettriche.
La legge mediante la quale è possibile ottenere il campo magnetico prodotto da una corrente stazionaria che fluisce lungo un conduttore di forma qualunque viene chiamata **Legge di Ampere – Laplace.**
Consideriamo un conduttore qualsiasi percorso da una corrente I stazionaria (il conduttore deve essere un ramo di un circuito elettrico chiuso), un punto P ed un tratto infinitesimo del conduttore.
Questo tratto sarà individuato da un versore $\vec{u}_t$ tangente al conduttore; congiungiamo l'elemento di linea con il punto P la cui distanza sia r.



Introduciamo un secondo versore diretto lungo r e avente il verso diretto verso P. Si dimostra sperimentalmente che:

$$d\vec{B} \propto i \frac{\vec{u}_t \wedge \vec{u}_r}{r^2} dl$$

la quale apparentemente dipende dall'inverso del quadrato della distanza. Si ha pertanto:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{\vec{u}_t \wedge \vec{u}_r}{r^2} dl$$

dove

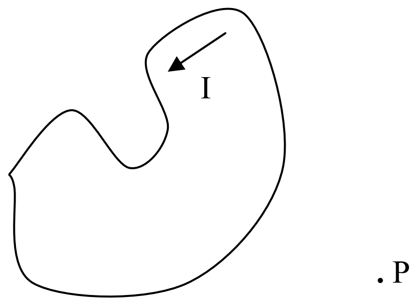
$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$$

prende il nome di permeabilità magnetica del vuoto.

$$[\mu_0] = \frac{[B]\cdot[L]}{[I]}$$

(μ_0 è misurato quindi in $\frac{Tesla \cdot metro}{Ampere}$)

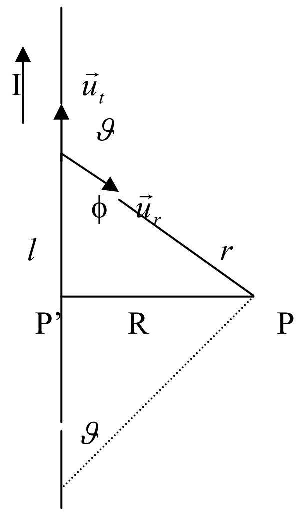
Il campo $\vec{B}$ sarà dato dalla sommatoria estesa a tutti gli elementi del circuito. Se il conduttore è un circuito chiuso di forma arbitraria si ha:



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \oint \frac{\vec{u}_t \wedge \vec{u}_r}{r^2} dl$$

Il calcolo per ricavare $\vec{B}$ è molto complesso, si ricorre spesso al calcolo numerico.

In determinate condizioni di simmetria del conduttore è possibile ottenere il valore di $\vec{B}$ e le linee di flusso attorno al conduttore.
Consideriamo un filo rettilineo percorso da una corrente stazionaria I (il circuito si chiuderà all'infinito) ed un punto P posto a una certa distanza dal fili stesso.



Detta R la distanza di P dal filo, consideriamo un elemento del conduttore posto ad una distanza r e indi chiamo con l il tratto che va da P' all'elemento considerato. Il versore $\vec{u}_t$ diretto lungo il filo rimane costante, mentre il versore $\vec{u}_r$, varia in direzione. Sia inoltre ϑ l'angolo formato da $\vec{u}_t$ e $\vec{u}_r$ e ϕ l'angolo supplementare.
Applicando la legge di Ampere – Laplace, la direzione di $\vec{B}$ sarà perpendicolare al piano del disegno ed il verso sarà dato dalla regola della mano destra(diretto verso l'interno del foglio).
Il modulo di $\vec{B}$ sarà

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\vartheta}{r^2} dl$$

r e ϑ non sono indipendenti, ma legati dalla relazione:

$$R = r\,sin\,\phi$$

dove
$$\phi = \pi - \vartheta$$
per cui avremo
$$R = r\,sin\,\vartheta$$
Inoltre
$$l = R\,ctg\,\phi$$
e quindi
$$l = R\,ctg\,(\pi - \vartheta) = -R\,ctg\,\vartheta$$
Differenziando avremo

$$dl = \frac{R}{sin^2 \vartheta} d\vartheta$$

inoltre si ha

$$r = \frac{R}{sin\,\vartheta}$$

e quindi

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{R^2} \sin^2\vartheta \frac{R}{\sin^2\vartheta} d\vartheta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R} \int_0^{\pi} \sin\vartheta\, d\vartheta$$

Se *dl* viene considerato sempre più lontano verso l'alto $+\infty \quad \vartheta \longrightarrow \pi$

Se *dl* viene considerato sempre più lontano verso il basso $-\infty \quad \vartheta \longrightarrow 0$

Per cui avremo

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R} \int_0^{\pi} \sin\vartheta\, d\vartheta$$

essendo

$$\int_0^{\pi} \sin\vartheta\, d\vartheta = 2$$

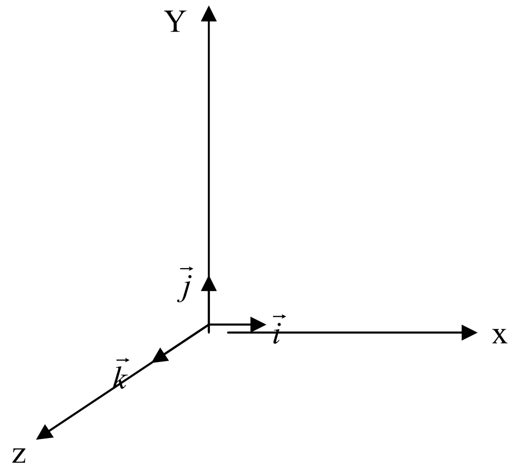
otteniamo

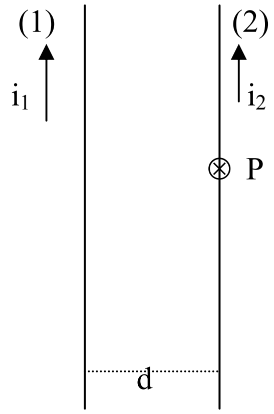
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi R} i$$

Per cui il campo $\vec{B}$ si attenua in funzione della distanza dal filo percorso dalla corrente e non varia con l'inverso del quadrato, ma con l'inverso della distanza. Le linee di flusso sono delle circonferenze concentriche il cui centro coincide con l'asse sii cui fluisce la corrente, mentre la direzione ed il verso sono tangenti alle circonferenze.

Conduttori paralleli

Consideriamo due fili rettilinei posti ad una certa distanza tra loro, percorsi da correnti i_1 e i_2.





Sperimentalmente è noto che due fili rettilinei paralleli percorsi da corrente esercitano una forza l'uno sull'altro.
Sul filo (2) esisterà una forza data da

$$\vec{F}_2 = i_2 \int d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1$$

dove $\vec{B}_1$ è il campo magnetico prodotto dalla corrente i_1, inoltre si ha:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}(-\vec{k})$$

$$d\vec{l}_2 = dl_2 \vec{j}$$

Si ha quindi:

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} i_2 \int \vec{j} \wedge (-\vec{k}) dl_2$$

essendo

$$\vec{j} \wedge (-\vec{k}) = -\vec{i}$$

avremo

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} \int dl_2 \vec{i} = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} L_2 \vec{i}$$

La forza per unità di lunghezza sarà:

$$\vec{f}_2 = \frac{\vec{F}_2}{L_2} = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}\vec{i}$$

che è la forza che si esercita sul conduttore (2) per effetto della corrente che fluisce sul conduttore (1) e che genera un campo magnetico. Invertendo il discorso avremo:

$$\vec{F}_1 = +\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} \int dl_1 \vec{i} = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} L_1 \vec{i}$$

e quindi

$$\vec{f}_1 = -\vec{f}_2$$

Pertanto i due conduttori si attraggono con una forza che è funzione della distanza e delle correnti. Le forze quindi sono uguali ma di segno opposto.
Se i conduttori vengono percorsi da correnti aventi verso opposto, i due fili si respingono.