SISTEMA PARAMETRICO MISTO

Chiameremo sistema misto il sistema costituito da una equazione generalmente parametrica e da una o più disequazioni.

Le soluzioni del sistema sono date dalle radici dell'equazione che verificano le disequazioni.
Le soluzioni del sistema si diranno ordinarie se le radici dell'equazione sono soluzioni delle disequazioni, si diranno limiti o soluzioni estreme se coincidono con gli zeri delle disequazioni.
La ricerca delle soluzioni del sistema misto va sotto il nome di discussione del sistema misto.

Il sistema misto più ricorrente nella discussione dei problemi è:

$$\begin{cases} ax^2+bx+c=0 \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

dove $ax^2+bx+c=0$ è un'equazione parametrica di 2^0 grado ed $\alpha \langle \beta$ sono numeri reali.

1° Caso - Il parametro appare in tutti i coefficienti.

Possiamo porre $y=x^2$ ed il sistema misto diviene:

$$\begin{cases} y=x^2 \\ bx+ay+c=0 \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

Se interpretiamo le equazioni del sistema sul piani cartesiano Oxy, la prima equazione rappresenta una parabola con l'asse coincidente con l'asse delle y ed il vertice nell'origine e volge la concavità verso l'alto.
La seconda equazione rappresenta un fascio di rette proprio. Geometricamente le soluzioni di questo sistema
sono i punti di intersezione delle rette del fascio con l'arco di parabola avente per estremi i punti di ascissa α e β.

2° Caso.- .Il parametro compare nei coefficienti b e c:

Allora poniamo $y=ax^2$ ed il sistema misto diviene:

$$\begin{cases} y=ax^2 \\ bx+y+c=0 \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

Sul piano cartesiano la prima equazione rappresenta una parabola con l'asse coincidente con l'asse delle y, il vertice coincidente con l'origine e la concavità rivolta verso l'alto se a > 0, verso il basso se a <0.
La seconda equazione rappresenta un fascio proprio di rette.
La discussione del sistema è analoga al caso precedente.

3° Caso - Il parametro compare nei coefficienti a e c.

Poniamo $y = x^2$ ed il sistema misto diviene:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ bx + ay + c = 0 \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

La discussione è analoga a quella del primo caso.

4° Caso - Il parametro compare in a e b:

Poniamo quindi $y = x^2$ ed il sistema misto diviene:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ bx + ay + c = 0 \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

La discussione è analoga al primo caso.

5° Caso – Il parametro compare solo in a . Poniamo quindi $y = x^2$ ed il sistema misto diviene:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ bx + ay + c = 0 \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

La discussione è analoga al primo caso.

6° Caso Il parametro compare solo in b. Poniamo quindi $y = bx$ ed il sistema misto diviene:

$$\begin{cases} y = bx \\ y = -ax^2 - c \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

In questo caso la seconda equazione rappresenta una parabola avente per asse di simmetria l'asse y con il vertice di coordinate V(0, -c) e la concavità rivolta verso l'alto se a < 0, verso il basso se a > 0.
La prima equazione rappresenta un fascio di rette avente per centro l'origine.

7° Caso - Il parametro compare solo in c

Poniamo y = c ed il sistema misto diviene

$$\begin{cases} y = c \\ y = -ax^2 - bx \\ \alpha \le x \le \beta \end{cases}$$

La prima equazione rappresenta un fascio di rette parallele all'asse delle ascisse.
La seconda equazione rappresenta una parabola passante per l'origine ed avente l'asse parallelo all'asse delle y.
La discussione si effettua come in precedenza indicato.

Questo metodo di discussione prende il nome di:

Metodo di discussione con estrazione del parametro.