Lezione numero 20 4 Maggio 2000

Turbina semplice assiale ad azione. Palettatura simmetrica. Palettatura asimmetrica. Stadio semplice a reazione.

Turbina semplice assiale ad azione.

Si faccia inizialmente riferimento ad una turbina semplice (cioè ad un solo stadio) assiale (cioè a diametro medio costante) con funzionamento ad azione (ovvero con grado di reazione nullo) come quella mostrata in figura 1.



Siccome la turbina ha un funzionamento ad azione, la pressione p_1 e la pressione p_2 saranno coincidenti e quindi, ipotizzando un funzionamento ideale della macchina, sarà possibile fare riferimento al grafico di figura 2. Ovviamente il funzionamento ideale presuppone che non ci sia energia cinetica da recuperare (si è dunque minimizzata l'unica perdita) e quindi il coefficiente ϕ_E sarà nullo. Facendo ora riferimento alla palettatura fissa mostrata in figura 3 si può notare come varrà la seguente relazione:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}$$

Siccome si è in presenza di una macchina assiale la velocità u sarà una costante e quindi si avrà:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

 $\frac{w_1^2}{2} = \frac{w_2^2}{2}$

 $w_1 = w_2$

Siccome poi i punti 1 e 2 sono coincidenti rimarrà:

da cui:

Palettatura simmetrica

Si imponga ora che la componente assiale della velocità sia costante e quindi che le proiezioni assiali delle velocità in gioco soddisfino alla seguente condizione:

$$v_{1a} = v_{2a} = w_{1a} = w_{2a}$$

Tutte queste condizioni portano ad affermare che la palettatura è simmetrica, ovvero che sia:

$$\beta_1 = \pi - \beta_2 \tag{1}$$

Siccome la velocità \mathbf{v}_1 è stata scelta arbitrariamente (e dunque arbitrariamente è stato scelto l'angolo α_1) ci si ritrova ad avere quattro condizioni (il grado di reazione nullo, la velocità **u** costante, la relazione (1) e l'angolo α_1). L'ottimizzazione sarà la quinta condizione; si sfrutti dunque la definizione di rendimento, secondo la quale:

$$\eta = \frac{L}{L_{Max}}$$

dove ovviamente sarà:

$$L = u(v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2)$$
⁽²⁾

Nel caso di palettatura simmetrica si può facilmente dimostrare come sia:

$$v_2 \cos \alpha_2 = -v_1 \cos \alpha_1 + 2u$$

Sostituendo nella relazione (2) si ricava allora:

 $L = 2u(v_1 \cos \alpha_1 - u)$

Il lavoro massimo, relativo al caso ideale, è invece:

$$L_{Max} = \frac{v_1^2}{2}$$

e quindi l'espressione del rendimento assume la seguente forma:

$$\eta_{Stadio} = \frac{2u(v_1 \cos \alpha_1 - u)}{\frac{v_1^2}{2}} = 4 \left(\frac{u}{v_1} \right) \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{v_1} \right)$$

Siccome dunque il rendimento si annulla nelle due seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \frac{u}{v_1} = 0\\ \frac{u}{v_1} = \cos\alpha_1 \end{cases}$$

è facile immaginare, come mostrato nella figura 4, che il massimo rendimento si avrà per:







Tale espressione può anche essere riscritta nel modo seguente:

$$\frac{\frac{u}{\cos\alpha_1}}{2} = v_1$$

dalla quale si ricava che più piccolo è il coseno dell'angolo α_1 e maggiore è la velocità v_1 e quindi il lavoro; ovviamente però, siccome la portata dipende dal seno dell'angolo α_1 , è sempre necessario mantenersi in un punto di ottimo. Dal punto di vista dei triangoli delle velocità si avrà che la massimizzazione del rendimento sarà in corrispondenza con la seguente relazione:

$$v_2 = v_{2a}$$

e quindi si avranno dei triangoli delle velocità come quello mostrato in figura 5. La situazione di palettatura simmetrica che si sta esaminando presenta il grosso vantaggio di mantenere costante l'altezza delle palette (vantaggio non indifferente dato l'alto costo di lavorazione delle palette); come ciò sia possibile è comprensibile facendo riferimento alla seguente equazione di continuità:

$$G_V v_1 = v_{1a} \pi D_m l_1 \xi$$

dove D_m è il diametro medio mentre ξ è un coefficiente di ingombro. Siccome i termini G_V , υ_1 , υ_2 , v_{1a} , v_{2a} , D_m e ξ sono tutti uguali l'altezza della pala in ingresso sarà uguale all'altezza della pala in uscita, ovvero:

 $l_1 = l_2$

Palettatura asimmetrica

$$v_{1a} = v_{2a}$$

Nella realtà si ha invece che:

Nella situazione di palettatura simmetrica analizzata in precedenza si aveva

Se tutte le altre condizioni che abbiamo citato rimangono valide possiamo ugualmente costruire il triangolo delle velocità ottimali, che sarà però simile a quello mostrato in figura 6.



Figura 6

Si parla dunque di palettatura asimmetrica. In questa situazione il rendimento (ovvero il rapporto tra l'energia cinetica utilizzata e l'energia cinetica disponibile) sarà il seguente:

$$\eta = \frac{\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2}}{\frac{v_1^2}{2}} = 1 - \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

in quanto l'energia cinetica utilizzata può essere espressa come la differenza tra l'energia disponibile e quella perduta allo scarico. Essendo poi:

$$v_2 = v_{2a} = Kv_{1a} = Kv_1 sin\alpha_1$$

si ottiene:

$$\eta = 1 - K^2 \sin^2 \alpha_1 = \cos^2 \alpha_1 \left[1 + tg^2 \alpha_1 \left(1 - K^2 \right) \right]$$

Il rendimento è dunque maggiore rispetto a quello della palettatura simmetrica. Esprimendo ora il rendimento come rapporto tra il lavoro reale e quello ideale massimo si ottiene, nel caso della palettatura non simmetrica:

$$\eta = 2\frac{u}{v_1}\cos\alpha_1$$

Uguagliando le ultime due espressioni del rendimento si ricava il rapporto caratteristico relativo all'ottimizzazione del rendimento:

$$\frac{u}{v_1}\Big|_{Ott} = \frac{\cos\alpha_1}{2} \left[1 + tg^2\alpha_1 \left(1 - K^2\right)\right]$$

Nel caso delle palettature asimmetriche le altezze di pala non sono costanti ed inoltre si migliora si il rendimento ma si diminuiscono i salti entalpici smaltiti.

Stadio semplice a reazione.

Si faccia ora riferimento ad uno stadio assiale con grado di reazione diverso da zero: ciò significa che nella girante si accelererà la vena fluida relativa e quindi, sul grafico del diagramma (h,s) i punti 1 e 2 non saranno più coincidenti. Considerando allora una situazione ideale si avrà quanto mostrato in figura 7 (è significativo ricordare che, siccome il punto 1^{Is} e il punto 2^{Is} non coincidento, la densità del fluido sarà in tali punti differente).



Si continui a mantenere assiale lo scarico, in modo da minimizzare le perdite; rimane allora sempre valida la relazione secondo la quale:

$$v_2 = v_{2a}$$

Facendo riferimento alla figura 8 si può notare che, quando il grado di reazione è non nullo non c'è più simmetria tra le velocità w_1 e w_2 .



Si nota inoltre come sia:

$$\begin{cases} w_1^2 = v_1^2 + u^2 - 2uv_1 \cos \alpha_1 \\ w_2^2 = v_1^2 - u^2 - 2uv_2 \cos \alpha_2 = v_1^2 \sin^2 \alpha_1 + u^2 \end{cases}$$

Si avrà allora, sottraendo membro a membro le ultime due relazioni scritte:

 $w_2^2 - w_1^2 = u^2 + v_1^2 \sin^2 \alpha_1 - v_1^2 - u^2 + 2uv_1 \cos \alpha_1 = 2uv_1 \cos \alpha_1 - v_1^2 \cos^2 \alpha_1$ Dalla definizione di grado di reazione applicata a questa situazione si deduce come sia:

$$w_2^2 - w_1^2 = \frac{\chi}{1 - \chi} v_1^2$$

e quindi, uguagliando i secondi membri delle ultime due relazioni scritte:

$$\frac{\chi v_1^2}{1-\chi} = 2uv_1 \cos \alpha_1 - v_1^2 \cos^2 \alpha_1$$

dalla quale si ricava, dividendo per il quadrato della velocità v_1 :

$$\frac{u}{v_1}\Big|_{Ott} = \frac{\cos\alpha_1}{2} + \frac{\chi}{1-\chi} \cdot \frac{1}{2\cos\alpha_1}$$

Si nota allora che quando il grado di reazione si annulla si ritorna nella situazione analizzata in precedenza.

Stadio semplice a reazione. Triangoli simmetrici. Comportamento reale di una turbina a vapore. Perdite fluidodinamiche nei condotti fissi e mobili.

Stadio semplice a reazione.

Il rendimento di uno stadio con grado di reazione non nullo sarà:

$$\eta_{Max} = \frac{L_e}{L_{Id}} = \frac{2uv_1 \cos \alpha_1}{\frac{v_1^2}{1-\chi}} = 2\left(\frac{u}{v_1}\right)_{Ott} \cos \alpha_1 (1-\chi) = (1-\chi) \cos^2 \alpha_1 + \chi$$

Il rendimento trovato è dunque maggiore rispetto a quello trovato sfruttando uno stadio ad azione e si può quindi affermare che, all'aumentare del grado di reazione, aumenta anche il rendimento. Il rovescio della medaglia consiste nel fatto che, all'aumentare del grado di reazione i salti entalpici diminuiscono.

Triangoli simmetrici.

Si fissi ora un grado di reazione non nullo e l'angolo α_1 e si imponga ancora che sia:

$$v_{1a} = v_2$$

Si esamina ora il caso dei triangoli delle velocità simmetrici, come quello di figura 1 (è un caso diverso da quello analizzato in precedenza nel quale si utilizzava una palettatura simmetrica).





Figura 2

Un triangolo simmetrico ottimizzato (nel quale dunque l'uscita sia considerata l'unica perdita) sarà allora quello mostrato in figura 2. In questa situazione il lavoro euleriano potrà essere espresso nel modo seguente:

$$L_e = u(v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2)$$

Essendo poi però:

$$v_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u_2$$

e anche:

$$w_2 \cos \beta_2 = -v_1 \cos \alpha_1$$

si può riscrivere l'espressione del lavoro nel modo seguente:

 $L_e = u (2v_1 \cos \alpha_1 - u)$

Il lavoro massimo è invece:

$$L_{Max} = \frac{1}{2}v_1^2 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

 $w_2^2 = v_1^2$

Osservando però come sia:

e anche:

$$w_1^2 = v_1^2 + u^2 - 2uv_1 \cos \alpha_1$$

si ottiene, combinando le ultime due relazioni scritte:

$$w_2^2 - w_1^2 = 2uv_1 \cos \alpha_1 - u^2$$

e quindi il lavoro massimo diventa:

$$L_{Max} = \frac{1}{2}v_1^2 + \frac{2uv_1\cos\alpha_1 - u^2}{2}$$

Il rendimento sarà dunque esprimibile nel modo seguente:

$$\eta = \frac{L_e}{L_{Max}} = \frac{2u(2v_1\cos\alpha_1 - u)}{v_1^2 + 2uv_1\cos\alpha_1 - u^2} = \frac{2\left(\frac{u}{v_1}\right)(2\cos\alpha_1 - \frac{u}{v_1})}{1 + \frac{2u}{v_1}\cos\alpha_1 - \left(\frac{u}{v_1}\right)^2}$$

e il suo andamento è graficato in figura 3.



In questo caso si avrà dunque:

$$\frac{u}{v_1}\Big|_{Ott} = \cos\alpha_1$$

Usando questo valore del rapporto di forma il rendimento massimo sarà il seguente:

$$\eta_{Max} = \frac{2\cos^2\alpha_1}{1+\cos^2\alpha_1}$$

Il grado di reazione ottimale sarà invece il seguente:

$$\chi_{Ott} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{v_1^2 + w_2^2 - w_1^2} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{1 + \cos^2 \alpha_1}$$

Comportamento reale di una turbina a vapore.

Siccome, come si è visto, le turbine a reazione hanno maggiori rendimenti ma salti entalpici smaltiti inferiori, le turbine reali sono solitamente realizzate sfruttando diversi stadi differenti per avere un buon rendimento e per poter contemporaneamente smaltire buoni salti entalpici con pochi stadi (in quanto maggiore è il numero degli stadi e maggiore è il costo dell'impianto); una configurazione frequentemente utilizzata prevede per esempio una serie di stadi a reazione preceduti da un singolo stadio ad azione. Con configurazioni di questo tipo la macchina passa da alte pressioni a basse pressioni, solitamente in diverse zone delle quali alcune in sovrapressione ed altre in depressione, per quanto buone siano le tenute bisogna fare dunque riferimento alle perdite per fughe verso l'esterno (nelle zona ad alta pressione) oppure ai trafilamenti di aria (nelle zone di bassa pressione, che portano incondensabili il cui effetto dannoso è già stato precisato in precedenza). Altre perdite sono dovute agli effetti di attrito dei dischi rotanti con il vapore e, infine, le perdite per effetto ventilante.

Perdite fluidodinamiche nei condotti fissi e mobili.

Fino ad ora l'unica perdita che era stata considerata era quella rappresentata dallo scarico dell'energia cinetica; oltre a quelle citate in precedenza, altre perdite che si devono considerare sono le perdite di carattere fluidodinamico dovute alla forma e alla larghezza del canale, alla lavorazione delle superfici, a condizioni di moto turbolento, di super o sub sonicità, alla larghezza del canale formato dalle palette, etc... Bisogna inoltre tener conto del fatto che fino ad ora si è utilizzata l'approssimazione monodimensionale nella quale si supponeva che tutti i filetti fluidi avessero, in una data sezione, la medesima velocità; in realtà è noto che bisogna parlare di un profilo delle velocità. In uscita dalla palettatura statorica, per esempio, si forma un profilo di velocità come quello mostrato in figura 4.



Dal punto di vista della palettatura rotorica, dunque, la vena fluida viene affrontata con diverse velocità relative (in quanto la velocità **u** rimane costante mentre cambiano le velocità assolute). Spostando la girante ed allontanandola leggermente dalla palettatura statorica si da il tempo ai filetti fluidi lenti di rallentare quelli veloci e ai filetti fluidi veloci di accelerare quelli lenti; dopo una certa distanza, dunque, invece di un profilo come quello di figura 5, si osserverà un profilo come quello di figura 6. Bisogna allora trovare un punto di ottimo in modo che la girante sia abbastanza lontana dalla palettatura statorica in modo che le perdite rendano il più uniforme possibile il profilo di velocità (ovviamente non bisogna stare troppo lontani). Tutte le varie perdite fluidodinamiche vengono riassunte nei due coefficienti $\varphi \in \psi$. Ci si sofferma dunque sull'andamento reale delle varie trasformazioni e si fa dunque riferimento, a questo scopo, alla figura 7.



Si definisce il parametro correttivo φ come segue:

$$\varphi = \frac{v_1}{v_{1^{ls}}} = \frac{\sqrt{2(H_0 - h_1)}}{\sqrt{2(H_0 - h_{1^{ls}})}}$$

Dunque il salto entalpico relativo al distributore sarà il seguente:

$$\Delta h_{11^{ls}} = h_1 - h_{1^{ls}} = \frac{v_1^2}{2} \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 \right)$$

Facendo invece riferimento al grafico di figura 8 si può introdurre il parametro correttivo y così definito:

$$\psi = \frac{w_2}{w_{2^*}}$$

Il salto entalpico dovuto alla girante sarà dunque il seguente:

$$\Delta h_{Gir} = h_2 - h_{2*} = \frac{w_2^2}{2} \left(\frac{1}{\psi^2} - 1 \right)$$

Il salto entalpico dovuto all'intero stadio è invece il seguente:

$$\Delta h_{Stadio} = h_2 - h_{2^{Is}}$$

Le perdite complessive dello stadio sono minori rispetto alla somma delle perdite dovute al distributore e alla girante; facendo infatti riferimento alla generica figura 9 e ricordando la seguente relazione:

$$dh = Tds + vdp$$

si possono considerare le seguenti due relazioni legate, rispettivamente, al caso reale e al caso ideale:

$$\begin{cases} h_B - h_A = \int_A^B T ds_i + \int_A^B \upsilon dp \\ h_{B^{Is}} - h_A = \int_A^{B^{Is}} \upsilon^{Is} dp \end{cases}$$

Combinando queste due relazioni si ottiene:

$$h_B - h_{B^{ls}} = \int_A^B T ds_i + \int_A^{B^{ls}} (\upsilon - \upsilon^{ls}) dp$$

Siccome nell'ultimo integrale del secondo membro dell'ultima relazione scritta c'è un termine positivo (la differenza tra i volumi massici) e un termine negativo (la variazione infinitesima di pressione), si può parlare di un effetto di recupero. Nel grafico di figura 10 è mostrato l'andamento del parametro φ in funzione del numero di Mach (in rosso si vede l'andamento legato al caso in cui ci siano tubature solo convergenti mentre in azzurro è indicato l'andamento legato al caso in cui si sia in presenza di tubature convergenti e divergenti); da tale grafico si evince che non conviene realizzare un ugello espansore che porti a condizioni altamente supersoniche perché al di fuori delle condizioni di progetto si hanno maggiori perdite (a causa del picco).



In figura 11 si vede invece l'andamento del parametro ψ con il variare della differenza tra i due rapporti di compressione, ovvero con il variare del termine $\Delta\beta$ definito nel modo seguente:

$$\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1$$

Fughe interne. Perdite per attrito sui dischi ed effetto ventilante.

Fughe interne.

Un motivo non indifferente di perdita è quello legato alle fughe interne: a causa della presenza degli inevitabili giochi radiali, si hanno porzioni di fluido che non seguono all'interno della turbina il cammino fino ad ora supposto, ma bypassano le schiere di palette. È possibile schematizzare il fenomeno nei seguenti termini: si supponga l'esistenza di tre correnti, che non si mescolano, come mostrato in figura 1.





La corrente 1 by-passa, attraverso il gioco radiale, la schiera di palette della girante; la corrente 2 percorre il cammino regolare; la corrente 3 by-passa attraverso il gioco radiale la schiera delle palette fisse. La corrente 1, laminandosi all'estremità del rotore, non produce alcun effetto utile. La corrente 2 produce il lavoro utile. La corrente 3 passa attraverso le pale del rotore, ma non si comporta però come la corrente 2, in quanto non è stata deviata dal distributore; non valgono quindi per essa i conti effettuati con l'andamento supposto delle velocità. Prudenzialmente si può ritenere nullo l'apporto di potenza fornito anche da questa corrente. Tale ragionamento di larga massima porta quindi alla definizione di un rendimento volumetrico, inteso come rapporto fra la portata che compie lavoro utile (corrente 2) e la portata totale (corrente data dalla somma 1+2+3). Si può ritenere quindi valida una espressione del rendimento volumetrico η_V del tipo:

$$\eta_V = 1 - \frac{l_1 + l_3}{l}$$

dove l_1 ed l_3 sono i giochi radiali medi ed l l'altezza della paletta. Tale espressione ha un significato limitato, perché il regime delle velocità è diverso nella corrente principale rispetto alle correnti secondarie laminate e d'altra parte tutta la schematizzazione fatta è arbitraria e semplificativa in quanto il fenomeno è estremamente più complesso e la presenza di vortici e rimescolamenti delle correnti ne rende difficile una esatta valutazione.

Perdite per attrito sui dischi ed effetto ventilante.

Per quanto riguarda le perdite dovute all'attrito sui dischi si osserva che la presenza di superfici mobili affacciate alle pareti fisse della cassa genera all'interno di queste intercapedini moti passivi del vapore, che si traducono con un assorbimento di potenza, a spese del lavoro comunicato al rotore dal vapore che è elaborato dalle pale. Questa perdita è particolarmente sentita nelle turbine in cui le pale sono portate da dischi, situazione che si verifica comunemente nelle turbine a reazione. La perdita di potenza generata dal moto di un corpo in un mezzo resistente è data dal prodotto della forza resistente per la velocità relativa del corpo.La forza resistente cui è sottoposto un mezzo è a sua volta, in prima approssimazione, proporzionale al quadrato delle velocità (nel caso in questione la velocità periferica **u**), alla superficie bagnata, alla densità del mezzo (nel caso in questione del vapore).

Un ulteriore effetto di perdita è l'effetto ventilante. Nelle giranti parzializzate, una parte della corona palettata non è interessata dalla corrente attiva del fluido, ma è immersa nel vapore che riempie l'ambiente. E' evidente che questo porta ad una dissipazione di energia, poiché questa parte di girante comunica al fluido una certa prevalenza, che non viene sfruttata. La potenza consumata sarà quindi data dal prodotto della portata massica del fluido elaborato, per la prevalenza somministrata. La portata si può ritenere proporzionale alla velocità del fluido ed all'area di passaggio e mentre la prevalenza si può ritenere proporzionale al quadrato delle velocità, la velocità del fluido v può anche riportarsi alla velocità periferica della girante **u** essendo ad essa proporzionale. L'area di passaggio del fluido vale πDl , assimilando la corona circolare ad un rettangolo e supponendo che l'intera corona circolare sia attraversata dal fluido. Ma, anche se il vapore attraversase l'intera corona circolare, occorre tener conto dello spessore delle palette che riducono la sezione libera di passaggio e quindi bisogna introdurre un coefficiente ξ che può essere valutato con la relazione:

$$\xi = \frac{\pi Dl - zsl}{\pi Dl}$$

essendo z il numero di palette, s lo spessore dell'imbocco delle palette, l l'altezza delle palette e D il diametro della girante. Però non tutta la corona circolare è attraversata dal vapore, ma solo un settore di essa, in quanto la turbina ha un grado di parzializzazione ε . Il grado di parzializzazione ε è definito come il rapporto fra l'area di possibile efflusso non utilizzata e l'area totale disponibile (per ε nullo la girante è completamente attraversata dal fluido attivo, per ε unitario la girante non smaltisce alcuna portata) e quindi l'area di passaggio effettiva sarà (1- ε) π D*l*.

Sia la potenza persa per attrito sui dischi che la potenza persa per effetto ventilante si degradano necessariamente in calore, generato all'interno del fluido. Se si ritiene che l'espansione del vapore in turbina sia adiabatica, il risultato di tali perdite è un innalzamento del livello termico finale della trasformazione.

Effetti della separazione del liquido. Funzionamento reale di uno stadio assiale ad azione. Funzionamento di uno stadio a reazione reale. Turbine assiali ad azione a salti multipli. Turbine a salti di velocità.

Effetti della separazione del liquido.

Negli ultimi stadi di turbina a vapore il fluido si espande in una zona del diagramma di stato inferiore alla curva limite; si è quindi in presenza, in condizioni di equilibrio, di un fluido bifase. Se è lecito supporre che le goccioline che si formano durante l'espansione abbiano la stessa velocità del vapore in cui sono sospese nell'istante in cui condensano, come si può successivamente trattare il flusso come uniforme? Il diverso regime cui è sottoposta l'acqua rispetto al vapore fa si che le velocità del liquido siano minori delle velocità del vapore. I rapporti fra le velocità sono naturalmente variabili di volta in volta e possono variare da 0,1 a 0,7. In figura 1 è riportato un esempio, in cui la velocità del condensato è metà della velocità del vapore.



All'ingresso del rotore, la composizione vettoriale fa sì che la velocità relativa del condensato assuma una direzione diversa da quella del vapore, andando a sbattere contro il dorso della pala, con evidente effetto frenante. Una parte dell'acqua aderirà al dorso della paletta, muovendosi verso la periferia, a causa dell'effetto centrifugo. Questo causa una concentrazione di condensato verso l'apice della paletta. Esso si divide in due direzioni: una parte è raccolta da cavità e da scanalature di raccolta dell'acqua e successivamente scaricata. L'altra parte passa, con il vapore, attraverso il canale mobile, con una velocità relativa minore. L'ingresso nello stadio successivo avviene ancora una volta con direzione diversa per quanto sopra già descritto, con conseguente urto e perdita di energia cinetica. In definitiva, dal punto di vista energetico, la presenza di goccioline non provoca solo una perdita di tipo propulsivo, ma agisce con un'azione frenante sulle palette. L'insieme di questi aspetti provoca una diminuzione di rendimento della turbina. Un altro aspetto dannoso della presenza del condensato è rappresentato dall'azione erosiva degli urti delle goccioline sui bordi delle ultime ruote di palette, talmente forte da richiedere la sostituzione delle palette dopo pochi mesi. Un provvedimento, costoso ma efficace, consiste nel depositare materiali durissimi sui bordi d'attacco delle palette, ove si ha maggior concentrazione di condensato.

Funzionamento reale di uno stadio assiale ad azione.

Dopo aver chiarito alcuni motivi di perdita è possibile fare una descrizione più realistica del funzionamento di uno stadio assiale ad azione; considerando il funzionamento reale di uno stadio assiale ad azione, occorre tener conto delle perdite per attrito lungo i condotti, concentrate all'imbocco, per effetto dei trafilamenti, per attrito sui dischi, per ventilazione a causa delle parzializzazioni e per separazione del liquido. Come già accennato risulterebbe molto complesso tener conto di tutte queste perdite in maniera rigorosa, per cui, sulla scorta di dati sperimentali, si considera globalmente l'effetto delle più significative attraverso l'introduzione dei coefficienti riduttivi φ (per la palettatura fissa) e ψ (per quella mobile). Si è già visto come, nel caso di velocità nulle all'ingresso del distributore, ciò induca al calcolo di una velocità effettiva di efflusso eguale a:

$$v_1 = \varphi v_1^{Id} = \varphi \sqrt{2\Delta h_{Is}} = \sqrt{2\Delta h}$$

e quindi:

$$\Delta h_{Is} = \frac{\Delta h}{\varphi^2}$$

Nel caso in cui la velocità di ingresso nel distributore sia diversa da zero, il principio di conservazione dell'energia permette di scrivere che:

$$v_1 = \sqrt{2\Delta h + v_0^2} = \varphi \sqrt{2\Delta h_{Is} + v_0^2}$$

Per la palettatura mobile, l'introduzione del coefficiente di attrito ψ porta a scrivere:

$$w_2 = \psi w$$

Nel caso di palettatura simmetrica, mantenendo la direzione di w_2 simmetrica a quella di w_1 , i triangoli delle velocità assumeranno l'aspetto di figura 2.



Figura 2



Il lavoro euleriano ceduto dal fluido sarà dunque:

 $L = u(v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2) = u[v_1 \cos \alpha_1 + \psi(v_1 \cos \alpha_1 - u) - u] = (1 + \psi)(v_1 \cos \alpha_1 - u)u$ Il rendimento termodinamico eguaglia, sotto le ipotesi fatte, il rapporto fra il lavoro e l'energia disponibile, data dal salto entalpico isoentropico dello stadio, che vale:

$$\Delta h_{Is} = \frac{v_1^2}{2\varphi^2}$$

In definitiva:

$$\eta = \frac{L}{\Delta h_{I_s}} = \frac{(1+\psi)(v_1 \cos \alpha_1 - u)u}{\frac{v_1^2}{2\varphi^2}} = 2\varphi^2 (1+\psi)\frac{u}{v_1} \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{v_1}\right)$$

Quando sia:

$$\varphi = \psi = 1$$

ovvero quando siamo in condizioni di funzionamento ideale, l'espressione trovata per il rendimento torna ad essere quella vista in precedenza e ricavata da una palettatura simmetrica ideale. Per $\varphi \in \psi$ minori dell'unità (funzionamento reale), ma costanti, l'espressione trovata per il rendimento rappresenta ancora una parabola in funzione del rapporto caratteristico u/v₁, la quale si annulla per gli stessi valori di tale rapporto incontrati nel caso ideale:

$$\begin{cases} \frac{u}{v_1} = 0\\ \frac{u}{v_1} = \cos \alpha_1 \end{cases}$$

È dunque possibile estrapolare nuovamente un andamento come quello mostrato in figura 3 facendo bene attenzione al fatto che, però, nell'intervallo compreso fra questi estremi il rendimento reale è inferiore a quello ideale del rapporto:

$$\frac{\eta}{\eta_{Id}} = \varphi^2 \frac{1+\psi}{2}$$

Anche il rendimento massimo sarà ottenuto ancora, data la simmetria della parabola, in corrispondenza di:

$$\frac{u}{v_1}\Big|_{Ott} = \frac{\cos\alpha_1}{2}$$

e vale in questo caso:

$$\eta_{Max} = \varphi^2 \frac{1+\psi}{2} \cos^2 \alpha_1$$

La condizione di massimo rendimento del rapporto caratteristico non coincide più però con quella di minimo per la velocità assoluta di scarico; nel caso reale, infatti, l'energia cinetica allo scarico non costituisce l'unica perdita dello stadio, dovendosi ad essa sommare la perdita di lavoro euleriano dovuta alle varie dissipazioni precedentemente considerate. Infatti, a pari velocità v₁, il rapporto u/v₁ che rende v₂ pari a v_a determina, rispetto il rapporto caratteristico ottimale, un aumento delle velocità relative e delle perdite ad esse connesse. Circa l'influenza dell'angolo α_1 sul rendimento massimo dello stadio e sul rapporto caratteristico ottimale valgono, qualitativamente, le stesse considerazioni fatte a proposito del comportamento ideale. Occorre aggiungere, in questo caso, che piccoli valori di α_1 influiscono negativamente su ϕ , imponendo una maggiore deviazione nel distributore. Poiché il rendimento è funzione quadratica di ϕ , è sconsigliabile assumere valori di α_1 inferiore ad un certo limite (circa 15°). L'andamento del rendimento reale in funzione del rapporto caratteristico è quello mostrato in figura 3 per il cui grafico si è scelto un valore di ϕ e di ψ costante. In realtà entrambi questi coefficienti non sono costanti ma crescono con il crescere del rapporto caratteristico. Infatti, a parità della velocità v₁, dal rapporto caratteristico dipende la forma dei triangoli delle velocità (in particolare la deviazione del vettore velocità relativa) la cui influenza sul coefficiente ψ è già stata precedentemente evidenziata.

Funzionamento di uno stadio a reazione reale.

Esaminando il comportamento di uno stadio di una turbina a vapore a reazione, si devono tener presente essenzialmente tre esigenze:

- 1) elaborazione di un dato salto entalpico
- 2) ottenimento del massimo rendimento possibile
- 3) smaltimento di una data portata massica

I parametri su cui si può operare sono molteplici, ma intimamente legati. Per quanto detto in precedenza, si può supporre noto:

- a) il coefficiente riduttivo delle velocità dello statore φ che a sua volta dipende da α_1 ;
- b) la legge che lega il coefficiente ψ alla deviazione imposta dalla paletta del rotore;
- c) il coefficiente che dà la perdita all'imbocco del rotore;
- d) il grado di recupero effettuato dall'energia di scarico.

Imponendo che il rendimento dello stadio sia massimo, lo stadio rimane univocamente determinato dalle seguenti caratteristiche:

- l'angolo α_1 della velocità assoluta all'uscita del distributore con la velocità periferica;
- il rapporto K tra le componenti assiali delle velocità assolute all'ingresso ed all'uscita della girante;
- il grado di reazione χ ;
- il coefficiente ϕ_R di riduzione dell'energia cinetica all'ingresso della girante.

Il comportamento reale (inteso come non idealità della macchina) di uno stadio (per i valori correnti dei coefficienti φ , $\psi \in \varphi_R$) si riflette sul rendimento di una turbina con una influenza molto più forte di quella causata dalla perdita dell'energia cinetica di scarico. Esiste una notevole somiglianza fra due curve con φ_E (coefficiente che tiene conto del recupero di energia cinetica di scarica) diversi (0 oppure 0,95); questo significa che la scelta del grado di reazione che realizzi il miglior rendimento è, entro certi limiti, indipendente dal fatto che si tratti di uno stadio intermedio o finale. Un aumento del grado di reazione porta ad un incremento di rendimento che però, oltre certi valori ($\chi \ge 0,70$) è abbastanza modesto. Si introduce adesso il coefficiente adimensionale K_{Is} definito come rapporto fra il quadrato della velocità v_{Is} corrispondente ad un efflusso adiabatico fra le condizioni iniziali e la pressione finale:

$$v_{Is} = \sqrt{2\Delta h}$$

e il quadrato della velocità periferica **u**. Quindi il coefficiente K_{Is} vale:

$$K_{Is} = \left(\frac{v_{Is}}{u}\right)^2$$

Il coefficiente K_{Is} è un indice del salto entalpico smaltito dallo stadio, per una velocità periferica fissata. L'aumento del grado di reazione χ (coincidente come detto con un aumento del rendimento dello stadio) porta ad una diminuzione di salto entalpico elaborato. Anche questa considerazione vale sia per il caso in cui si recupera l'energia cinetica di scarico, come è il caso di uno stadio iniziale o intermedio (con ϕ_E pari a 0,95) che per il caso generale come è quello di uno stadio singolo o dell'ultimo stadio della turbina (per il quale ϕ_E è nullo). Si introduce anche un coefficiente adimensionale, rapporto fra la velocità assiale v_{1a} e la velocità periferica **u**. Questo coefficiente ci dà un indice della

capacità dello stadio di smaltire la portata volumetrica, a pari sezione di passaggio ed a pari velocità periferica. Dall'esame dell'andamento di tale coefficiente in funzione di del grado di reazione χ risulta che uno stadio ad azione elabora più portata volumetrica di uno a reazione. Quanto sopra è però relativo alla portata volumetrica ma non è valido per la portata massica, perché la variazione dei volumi specifici è diversa, e precisamente maggiore in uno stadio ad azione che, a pari velocità periferica, ha un maggiore salto di pressione e quindi anche di volume specifico. Una valutazione del lavoro elaborato dallo stadio a reazione si può avere ritenendo questo proporzionale alla deviazione che riceve il flusso fra entrata e uscita dalla palettatura mobile. Infatti, considerando il lavoro euleriano, tanto più piccoli sono i valori dell'incidenza α e tanto maggiori sono le deviazioni β ma anche tanto maggiori sono i lavori. Il diminuire della deflessione determinato dall'aumento di χ porta da un lato ad una diminuzione di lavoro massico, dall'altro ad un aumento del coefficiente ψ , accompagnato da un incremento del rendimento. E' opportuno inoltre limitare le perdite per attrito nei condotti mobili e ciò significa cercare dei valori ottimi della velocità relativa compatibilmente anche alle trasformazioni in energia cinetica del salto entalpico nel rotore.

Turbine assiali ad azione a salti multipli.

Il salto entalpico elaborabile da una turbina semplice ad azione è limitato dall'esigenza di realizzare l'intera espansione, fino alla pressione di scarico, in un solo distributore, nonché dal dover convertire l'energia cinetica così prodotta in lavoro utile su un'unica girante. Al crescere del rapporto di espansione della turbina le velocità in gioco diventano tali da creare considerevoli problemi sia fluidodinamici (vene supersoniche con possibilità di distacchi di vena ed onde d'urto) sia costruttivi (sollecitazioni centrifughe). Inoltre, se un'unica girante deve sviluppare l'intera potenza della macchina, tale potenza troverà una limitazione nella resistenza meccanica della palettatura mobile stessa. Per superare parzialmente tali limitazioni, si impiegano talvolta turbini a salti multipli di velocità (detta turbina Curtis) o salti multipli di pressione.

Turbine a salti di velocità.

Nelle turbine a salti di velocità l'intera espansione ha ancora luogo in un unico distributore, ma l'energia cinetica prodotta viene assorbita da una serie di giranti successive, intercalate da "raddrizzatori". La vena fluida all'uscita da ciascuna girante, dotata di un'energia cinetica residua sempre decrescente, viene opportunamente deviata da palettature fisse e immessa sulla girante successiva. Un particolare di ruota Curtis è quello mostrato in figura 4 nel quale sono rappresentati un diffusore, uno statore e due giranti.



Figura 4

Turbine a salti di velocità. Turbina a salti di pressione. Configurazione generale delle turbine multiple a vapore. Turbine radiali.

Turbine a salti di velocità.

Una ruota Curtis come quella presentata in conclusione della lezione precedente sarà caratterizzata dal triangolo delle velocità mostrato in figura 1.



Il lavoro sarà dunque:

 $L = L_{G_1} + L_{G_2} = u(v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2) + u(v_3 \cos \alpha_3 - v_4 \cos \alpha_4)$

Data però la simmetria del triangolo delle velocità, dalla quale si ricava per esempio che:

$$\beta_1 = \pi - \beta_2$$

si ottiene:

$$v_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u = -w_1 \cos \beta_1 + u = -v_1 \cos \alpha_1 + u + u$$

e quindi il lavoro della prima girante sarà:

$$L_{G_1} = 2u(v_1\cos\alpha_1 - u)$$

Ripetendo poi un discorso analogo anche per quanto riguarda il lavoro della seconda girante si ottiene la seguente espressione complessiva del lavoro:

$$L=2zu(v_1\cos\alpha_1-zu)$$

dove z è il numero degli stadi. Il lavoro ideale sarà invece il seguente:

$$L_{Id} = \frac{v_1^2}{2}$$

e quindi il rendimento sarà:

$$\eta = \frac{L}{L_{Id}} = \frac{2zu(v_1 \cos \alpha_1 - zu)}{\frac{v_1^2}{2}} = 4z \frac{u}{v_1} \left(\cos \alpha_1 - z \frac{u}{v_1} \right)$$

L'andamento del rendimento in funzione del rapporto caratteristico è dunque quello mostrato in figura 2 dalla quale si osserva che, mentre nello stadio ad azione con palettatura simmetrica il rapporto caratteristico ottimale era:

$$\frac{u}{v_1}\Big|_{Ott} = \frac{\cos\alpha}{2}$$

nel caso di una turbina a salti di velocità con due stadi si ha invece:

$$\left.\frac{u}{v_1}\right|_{Ott} = \frac{\cos\alpha}{4}$$

Dato il legame tra la velocità e il salto entalpico si arriva dunque a dedurre che il secondo caso mi garantisce un salto entalpico quattro volte maggiore rispetto al primo caso. In figura 3 sono mostrati due grafici nei quali vengono confrontati gli andamenti del rendimento nel caso di una turbina con stadio semplice (in rosso) e nel caso di una turbina con salto di velocità (in blu); nella zona evidenziata in giallo si hanno salti entalpici maggiori per rapporti caratteristici inferiori.



Turbina a salti di pressione

Quando, dopo uno stadio, c'è un ulteriore distributore si configura una turbina a salti di pressione.

Configurazione generale delle turbine multiple a vapore.

Come è stato visto in precedenza, il rendimento delle macchine a reazione è minore di quello delle macchine ad azione; d'altra parte è anche vero che, nel caso delle macchine a reazione si possono utilizzare un numero inferiore di stadi e quindi si può risparmiare sul rendimento organico. Quale sia la situazione preferibile viene ovviamente deciso con un processo di ottimizzazione ragionata di caso in caso. È comunque opportuno spendere due parole sull'ultimo stadio di una turbina: lo stadio a bassa pressione. Negli stadi a bassa pressione ci sono portate molto alte e quindi bisogna dimensionare strutturalmente la macchina in maniera appropriata. Si osserva, inoltre, che, detta *l* l'altezza si pala e D₀ il diametro, negli stadi a bassa pressione il rapporto l/D_0 è pari a circa ¼ e, siccome le palette hanno altezze di circa 1 m, si perde la possibilità di utilizzare la trattazione monodimensionale; non ci saranno più, quindi, velocità del tipo v_1 e w_1 ma si dovranno gestire funzioni del tipo $v_1(r)$ e $w_1(r)$ dove r sia il raggio. Facendo riferimento alle pale riportate nel disegno di figura 4 (che solitamente sono rastremate perché la base deve sopportare un carico superiore rispetto a quello della sommità), si ipotizza di trascurare, sia per quanto riguarda la superficie 1 che per quanto riguarda la superficie 2, la componente radiale delle velocità (così che rimangano da considerare solo le componenti assiale e tangenziale); come si è detto non è più possibile parlare di trattazione monodimensionale e quindi si modellizzerà la situazione prendendo un filetto fluido per ogni quota e si studierà il singolo filetto fluido che, a questo punto, può essere considerato monodimensionale.



Si suppone poi che valga la legge del vortice libero secondo la quale l'andamento delle velocità tangenziali ha, in funzione della velocità di trascinamento, l'andamento mostrato in figura 5, dalla quale si deduce che saranno valide due relazioni del tipo:

$$\begin{cases} v_{1t}u = c_1 \\ v_{2t}u = c_2 \end{cases}$$

dove $c_1 e c_2$ siano due costanti. Sostituendo queste ultime due relazioni nell'espressione del lavoro è possibile ottenere la seguente relazione:

$$L = u(v_{1t} - v_{2t}) = \omega r \left(\frac{c_1}{r} - \frac{c_2}{r}\right) = \omega (c_1 - c_2)$$

Posto allora che la velocità angolare sia costante si trova un lavoro costante (che diventa addirittura nullo qualora le due costanti $c_1 e c_2$ siano uguali, nel qual caso le palette sarebbero piatte perché non influenzerebbero la velocità del fluido). Per quanto riguarda invece le componenti assiali delle velocità, si suppone che sia:

$$\frac{dH}{dr} = 0$$

ovvero, ricordando come fosse:

 $H = h + \frac{v^2}{2} = \text{costante}$

 $\frac{dH}{dr} = \frac{dh}{dr} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dv^2}{dr} = 0$

 $\frac{dh}{dr} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dv^2}{dr}$

 $Tds = dh - \upsilon dp$

si avrà:

e quindi:

Ricordando poi la relazione secondo la quale:

ovvero, utilizzando la densità invece che il volume massico:

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho}$$

Si impone ora che l'entropia sia costante lungo la sezione 1 e quindi che:

$$\frac{ds}{dr} = 0$$

0

come conseguenza si avrà anche che:

$$\frac{Ids}{dr} =$$

e quindi anche che:

$$\frac{dh}{dr} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} = 0$$

Da quest'ultima relazione scritta si ricava:

$$\frac{dn}{dr} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr}$$

Combinando allora quest'ultima relazione con la relazione (1) si ricava:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dv^2}{dr}$$
(2)

(1)

Per valutare l'equilibrio di un singolo filetto fluido si deve invece fare riferimento al grafico di figura 6.

è dunque possibile costruire la seguente equazione di bilancio:

$$prd\varphi - (p+dp)(r+dr)d\varphi + 2psin\frac{d\varphi}{2}dr + (r\rho d\varphi dr)\frac{v_t^2}{2} = 0$$

È ora possibile fare una prima approssimazione e trascurare il seno dell'angolo d $\varphi/2$ e sostituirlo con l'angolo stesso, si ottiene così:



$$prd\varphi - (p+dp)(r+dr)d\varphi + pd\varphi dr + (r\rho d\varphi dr)\frac{v_t^2}{2} = 0$$

dalla quale si ricava:

$$pr - pr - dpr - pdr - dpdr + pdr + \rho v_t^2 dr = 0$$

Trascurando il termine dpdr che è un infinitesimo di ordine superiore, si ottiene:

$$-dpr + \rho v_t^2 dr = 0$$

dalla quale si ricava:

$$\frac{dp}{dr} \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{v_t^2}{r}$$

Combinando allora quest'ultima con l'equazione (2) si ricava:

$$\frac{dv^2}{dr} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dv^2}{dr}$$
(3)

Essendo poi la velocità una grandezza vettoriale si può considerare la relazione $v^2 = v_a^2 + v_r^2 + v_t^2$

che, imponendo nulla la componente radiale, si riduce ad essere:

$$v^2 = v_a^2 + v_t^2$$

Derivando allora rispetto ad r si otterrà:

$$\frac{dv^2}{dr} = \frac{dv_a^2}{dr} + \frac{dv_t^2}{dr}$$

Combinando dunque con la relazione (3) si ricava, dopo alcune semplificazioni:

$$\frac{1}{2r^2} \cdot \frac{d(v_t r)^2}{dr} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_a^2}{dr} = 0$$

Siccome però è:

$$v_t r = \text{costante}$$

rimane

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{v_a^2}{dr} = 0$$

dalla quale si ricava che la componente assiale della velocità del singolo filetto fluido è una costante indipendentemente dalle sollecitazioni che il filetto fluido riceve dal fluido che gli sta attorno. Il discorso è stato fatto per la sezione 1 ma può anche essere ripetuto per la sezione 2.

Turbine radiali.

Si analizzano ora le turbine radiali che sono macchine nelle quali è presente un efflusso radiale (centrifugo o centripeto). Nelle macchine operatrici muoversi in modo centripeto è conveniente: è possibile dimostrarlo partendo dalla solita relazione:

$$h_0 + \frac{v_0^2}{2} = h_1 + \frac{v_1^2}{2}$$

dalla quale si ricava:

$$h_0 - h_1 = \frac{v_1^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

Valgono poi anche le due solite relazioni secondo le quali:

$$H_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2}$$
$$H_2 = h_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

Nel sistema di riferimento assoluto si ha dunque:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2} + L$$

Nel sistema di riferimento relativo si ha invece:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}$$

dalla quale si ricava:

$$h_1 - h_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2}$$

Proprio osservando l'ultimo addendo del secondo membro di quest'ultima relazione si comprende come sia utile muoversi in verso centripeto.