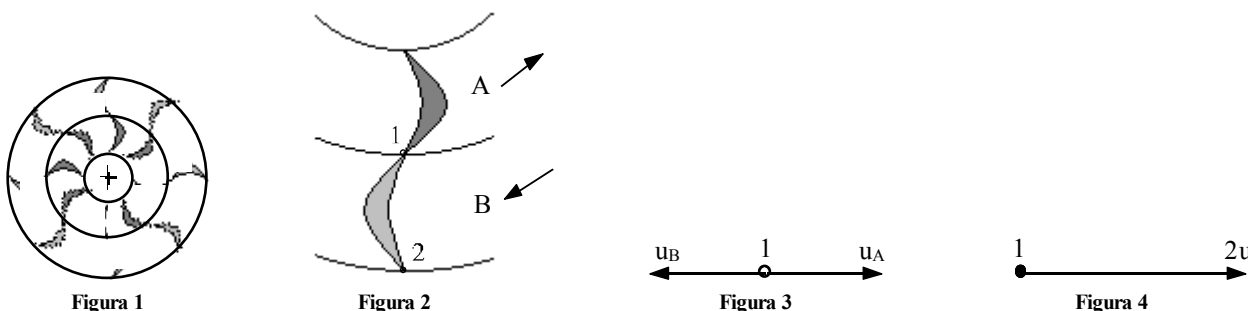


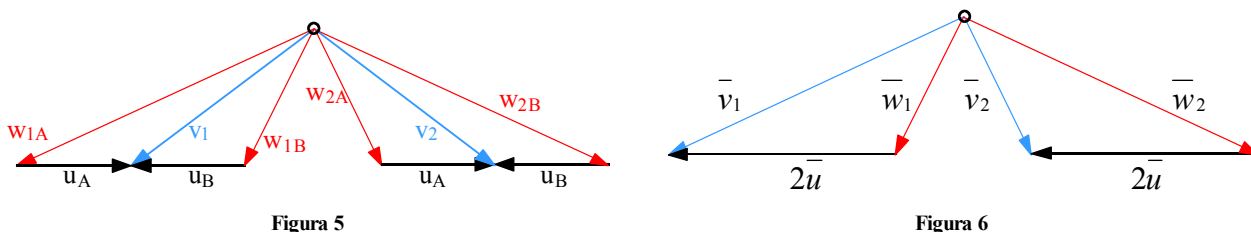
Turbine radiali. Generatori di vapore.

Turbine radiali.

Concludendo il rapido accenno sulle turbine radiali è opportuno specificare che esistono due possibili configurazioni. Facendo infatti riferimento alle figure 1 si può vedere come sia possibile che due corone adiacenti siano l'una ferma e l'altra in movimento oppure che entrambe girino in senso inverso l'una rispetto all'altra (non è comunque possibile realizzare troppi stadi per non avere un carico centrifugo eccessivo).



Ovviamente il maggior lavoro per stadio si ottiene nel caso delle due corone controrotanti e quindi si faccia riferimento all'immagine di figura 2 nella quale è ripreso un particolare della figura 1; concentrandosi sul punto 1 si avrà, a seconda che si consideri un osservatore fisso oppure un osservatore relativo solidale con la palettatura B, la velocità di trascinamento mostrata, rispettivamente, in figura 3 o in figura 4. Il triangolo delle velocità relativo all'osservatore fisso sarà dunque quello mostrato in figura 5 mentre dal punto di vista dell'osservatore relativo si avrà il triangolo delle velocità mostrato in figura 6.



Il lavoro euleriano potrà allora essere espresso nel modo seguente:

$$L = \bar{u}_1 \bar{v}_{1t} - \bar{u}_2 \bar{v}_{2t}$$

Generatori di vapore.

Si inizia ora l'analisi di un diverso tipo di struttura, completamente differente dalle macchine viste fino ad ora ma molto importante: i generatori di vapore. Il generatore di vapore può essere definito a partire dal tipo di fluido di cui si occupa, dai parametri termodinamici: la massima pressione (pressione di timbro) che può essere superiore o inferiore alla pressione critica, la temperatura, la portata, la potenza (o la quantità di vapore) complessiva o nell'unità di superficie, la massa di fluido in gioco (con masse diverse l'inerzia termica è differente ed è dunque da notare che macchine con piccole masse necessitano una regolazione più precisa in quanto i tempi di reazione sono molto piccoli). Un ulteriore parametro importante è il modo con il quale viene scambiato il calore (scambio diretto o indiretto); si chiamano generatori a tubi di fumo le macchine di ridotta potenza nei quali i fumi caldi sono all'interno dei tubi e il fluido all'esterno; viceversa si parla di generatori a tubi d'acqua. Per descrivere il funzionamento dei generatori di vapore ci si sofferma sullo schema di figura 7.

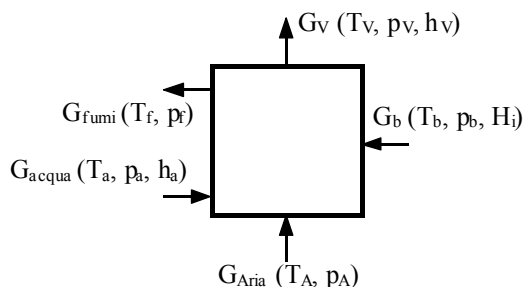


Figura 7

Dove il pedice V fa riferimento ai vapori mentre il pedice b fa riferimento al combustibile e H_i rappresenta il potere calorifico del combustibile. L'effetto utile è dato dalla portata di vapore disponibile con entalpia h_v (essendo partiti da un fluido con entalpia h_a) la spesa è data dalla portata del combustibile moltiplicata per il suo potere calorifico; il rendimento sarà allora il seguente:

$$\eta = \frac{G_v(h_v - h_a)}{G_b H_i}$$

Un altro modo per esprimere il rendimento è quello che tiene conto delle perdite ed è quindi il seguente:

$$\bar{\eta} = \frac{G_b H_i - \sum_i P_i}{G_b H_i} = 1 - \frac{\sum_i P_i}{G_b H_i}$$

Le perdite sono ad esempio dovute alla temperatura di rilascio in atmosfera in quanto è evidente che se i fumi vengono prodotti a 1000°C e rilasciati a 500°C si va incontro ad una perdita maggiore che non quella che si ha se i fumi vengono rilasciati a 150°C . Il potere calorifico H_i che è stato introdotto dipende dalla temperatura di riferimento che solitamente è quella dell'aria; la perdita per calore sensibile al camino è allora esprimibile nel modo seguente:

$$P_{C.S.} = G_f c_{pf} (T_f^{Out} - T_{Rif})$$

Teoricamente, dunque, si possono limitare le perdite rilasciando i fumi a temperature inferiori (per esempio circa 20°C), in questo modo, però, si creano condense acide dovute alle impurità dei combustibili e quindi si crea un ambiente molto sensibile alla corrosione. È allora opportuno trovare una giusta via di mezzo tra le temperature di uscita che non siano troppo alte per non avere troppe perdite e che non siano troppo basse per avere troppa condensa. Altri tipi di perdite (oltre a quelle dovute ad incertezze ed approssimazioni) sono quelle dovute alla radianza. In figura 8 è mostrata una rappresentazione più accurata di un generatore di vapore.

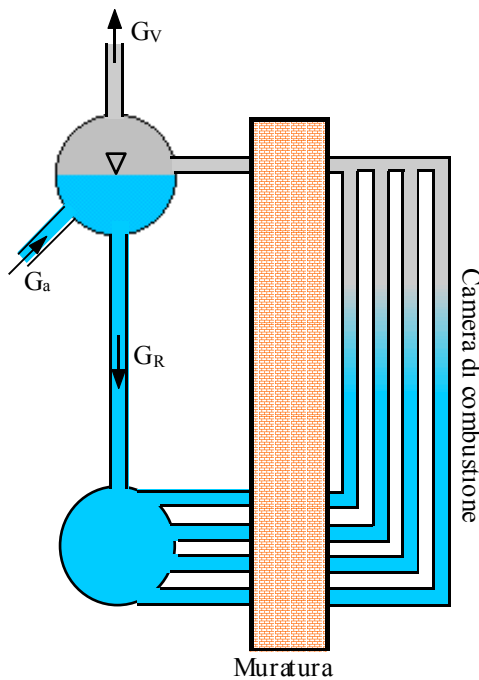


Figura 8

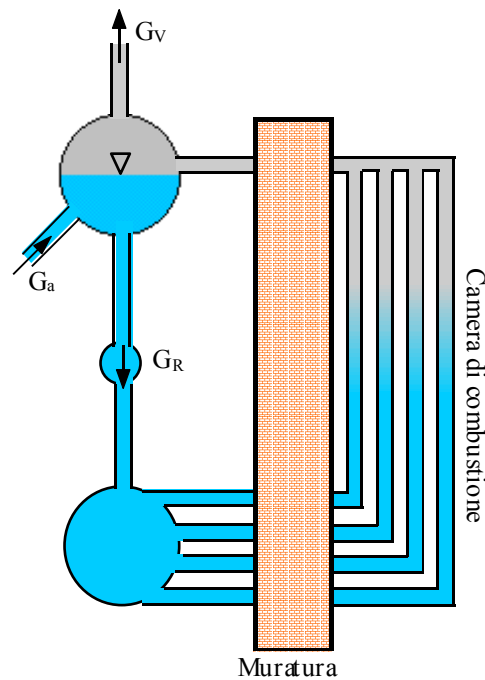


Figura 9

A regime dovrà ovviamente valere la seguente relazione:

$$G_a = G_v$$

I generatori di vapore possono essere a ricircolazione oppure a singolo passaggio. In entrambi i casi si parte da una camera di combustione (genericamente quadrata con dei bruciatori agli angoli) sulle cui pareti scorrono i tubi bollitori. Nel caso di singolo passaggio si ha, all'inizio dei tubi (ovvero in basso) solamente fluido freddo che alla fine (in alto) si è scaldato (lo scambio di calore avviene per irraggiamento) ed è rimasto solo vapore. Nel caso del ricircolo il vapore contiene ancora delle parti di liquido che viene rimandato in basso e ripercorre nuovamente il circuito. Il generatore di vapore di figura 8 è caratterizzato da ricircolo naturale ma la portata di ricircolo (G_R) può anche essere realizzata artificialmente tramite una pompa (si ottiene in questo caso la struttura mostrata in figura 9) in modo da evitare che ci sia una temperatura troppo elevata nel circuito di ricircolo e nei tubi in generale in quanto, fino a che il titolo del vapore all'interno dei tubi bollitori è abbastanza basso c'è la sicurezza che le pareti siano bagnate e quindi c'è garanzia di un buono scambio termico senza la cottura dei tubi stessi. Il titolo X del vapore impone la portata di ricircolo G_R e ovviamente varrà la relazione seguente:

$$G_a = G_v = XG_R$$

Se il titolo diminuisce la temperatura del tubo aumenta e diminuisce la resistenza della parete del tubo. In figura 10 è mostrato come è normalmente organizzato nel suo complesso un generatore di vapore.

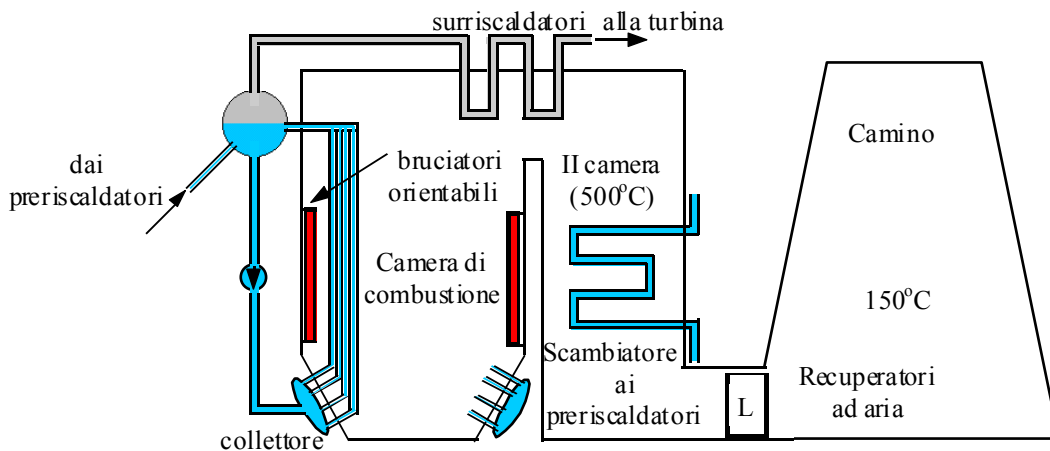


Figura 10

I recuperatori ad aria, di cui è mostrata una rappresentazione un po' più particolareggiata in figura 11 (mentre in figura 12 è la camera di combustione ad essere rappresentazione in modo maggiormente particolareggiata) preriscaldano l'aria di alimentazione dei bruciatori.

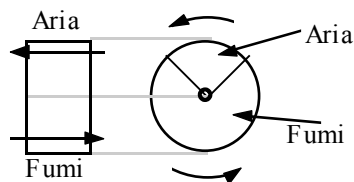


Figura 11

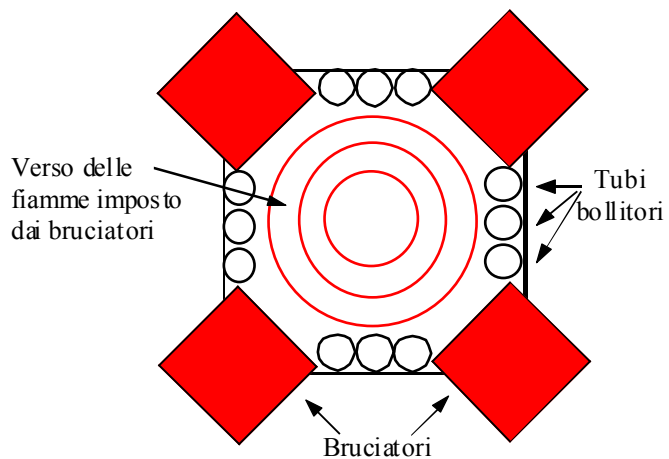


Figura 12

Le condense acide si formano a circa 150° C e questo è quindi il limite invalicabile relativo alla corrosione; andare al di sotto significa che gli ultimi pezzi degli scambiatori finali saranno sottoposti ad un'intensa corrosione (ciò può anche essere una cosa positiva, bisogna sempre infatti stabilire se è meglio avere un rendimento maggiore con maggiori costi di manutenzione oppure se è meglio mantenere basse entrambi questi parametri). Il fatto che i bruciatori siano orientabili verso l'alto permette ai fumi di arrivare ai surriscaldatori mantenendo ancora una buona temperatura mentre il fatto che i bruciatori siano poi orientabili anche orizzontalmente permette di creare un vortice di fuoco in modo che le fiamme non tocchino direttamente i tubi. Il movimento dei fumi all'interno dell'impianto è garantito dalla presenza di ventilatori che possono essere disposti seguendo due diverse filosofie progettuali (mostrate in figura 13 e 14 rispettivamente) che prendono il nome di struttura aspirata o di struttura bilanciata.

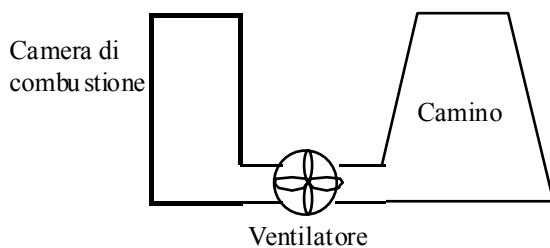


Figura 13

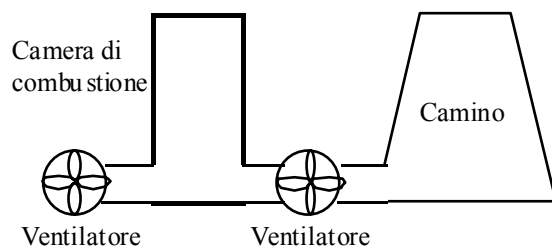


Figura 14

Generatori di vapore. Introduzione alle turbine a gas. Analisi del ciclo a gas semplice ideale.

Generatori di vapore.

Il discorso sui generatori di vapore si può concludere osservando che a volte, per aumentare ulteriormente il calore all'interno della camera di combustione, invece di utilizzare come comburente aria pura e fredda che arriva dall'esterno, si meschia l'aria immessa con parte dei fumi che sono già stati prodotti (e che hanno ancora in parte la loro capacità comburente), si parla allora di ricircolazione dei gas combusti. Un esempio di ricircolazione dei gas combusti la si può vedere in figura 1 nella quale si osserva come dalla base della camera di combustione i fumi vengono riportati nella camera stessa.

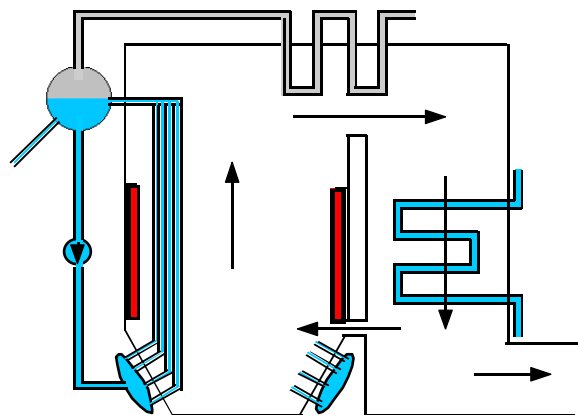


Figura 1

In precedenza si era detto che i tubi bollitori contengono titoli di vapore piuttosto bassi in modo che il tubo sia sempre bagnato e la temperatura della sua parete non sia eccessiva (si evita così il bruciamento); il medesimo problema si presenta nel caso dei surriscaldatori; in questo caso il titolo di vapore è molto elevato e quindi il raffreddamento del tubo viene fatto tramite l'inserzione di gas combusti freddi.

Introduzione alle turbine a gas.

In conclusione del corso viene analizzata una nuova tipologia di macchinario: la turbina a gas. La turbina a gas non è altro che una macchina composta la cui schematizzazione impiantistica è quella mostrata in figura 2 mentre il ciclo da essa realizzato è quello mostrato in figura 3.

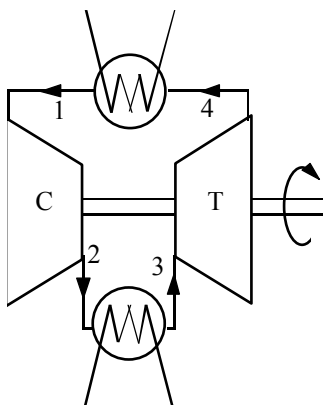


Figura 2

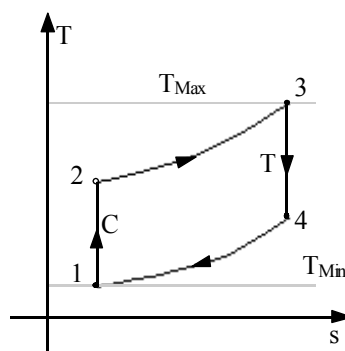


Figura 3

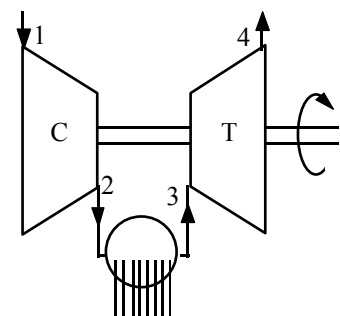


Figura 4

Il ciclo mostrato in figura 3 (che deriva dalla macchina mostrata in figura 2) prende il nome di ciclo chiuso, in figura 4 è invece mostrata una macchina che permette la realizzazione di un cosiddetto ciclo aperto. Nel ciclo aperto il fluido viene preso dall'ambiente, portato al punto 3 tramite un combustore (che è molto più semplice ed economico da realizzare che uno scambiatore), mandato in turbina e rilasciato nuovamente nell'ambiente (all'uscita il fluido non è più quello di ingresso ma, ad esempio, si ha aria mischiata con gas combusti). Il ciclo aperto (che è quello utilizzato per i motori di aviazione) ha il vantaggio di risparmiare i due scambiatori ma ha lo svantaggio che la pressione di partenza è fissata dall'ambiente. Solitamente queste macchine lavorano con buoni rendimenti da 100 kW a 100 MW (oltre queste potenze, ovvero da 100 MW a 1 GW si utilizzano le macchine a vapore che sono quelle coinvolte nella produzione di energia elettrica). I cicli a gas vengono poi a volte utilizzati come alimentazione per i cicli a vapore nei cosiddetti cicli combinati (i gas combusti alimentano infatti il ciclo a vapore). Per la propulsione di aerei a reazione le turbine a gas

creano lavoro per far girare la turboelica oppure si utilizza la turbina per far girare il compressore che prepara il fluido per entrare negli ugelli di espansione che danno la vera e propria spinta. Le turbine a gas hanno tempi di reazione molto ridotti e questo è un ulteriore motivo che spinge ad utilizzarle nei motori aeronautici. I combustibili utilizzati per le turbine a gas sono il polverino di carbone o il gas naturale negli impianti di terra e il kerosene sugli aerei. Lo sviluppo delle turbine a gas avvenne solo dopo il 1940, ovvero dopo che venne risolto il problema legato al fatto che, essendo il lavoro utile la differenza tra il lavoro della turbina e il lavoro del compressore ed essendo tali due lavori molto simili è necessario realizzare la macchina in maniera altamente accurata per non far mangiare al compressore tutto il lavoro prodotto dalla turbina.

Analisi del ciclo a gas semplice ideale.

Come prima cosa si studia il rendimento che, ovviamente, sarà dato dalla seguente relazione generale:

$$\eta = \frac{L_u}{Q_1}$$

Siccome il lavoro utile può essere espresso nel modo seguente:

$$L_u = L_T - L_C = Q_1 - Q_2$$

si avrà:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

ovvero anche:

$$\eta = 1 - \frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} = 1 - \frac{\bar{c}_{p4-1}(T_4 - T_1)}{\bar{c}_{p3-2}(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Facendo riferimento all'equivalente ciclo di Carnot tra le temperature T_{Min} e T_{Max} si potrà scrivere:

$$\eta = \eta_{Carnot} - \frac{T_{Min} \sum \Delta s_{irr}}{Q_1}$$

Le irreversibilità sono date dal fatto che la fornitura di calore, così come la cessione di calore, non avvengono lungo una isotermodarica. È inoltre da ricordare la relazione secondo la quale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} = \beta^{\frac{K-1}{K}} = \beta^\varphi$$

analogamente si potrà scrivere:

$$\frac{T_3}{T_4} = \beta^\varphi$$

e quindi, uguagliando le ultime due relazioni scritte:

$$\frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1}$$

Rimaneggiando questa relazione si ottiene:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \tag{1}$$

Tornando quindi al rendimento si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \beta^{-\varphi}$$

Si nota allora che il rendimento non dipende dalle temperature ma dal rapporto di compressione; la dipendenza del rendimento dal rapporto di compressione è mostrata in figura 5.

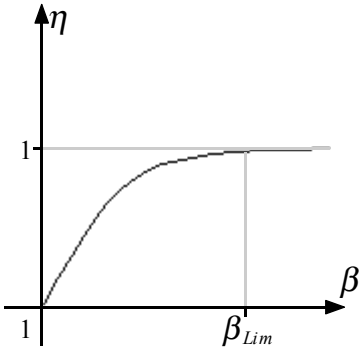


Figura 5

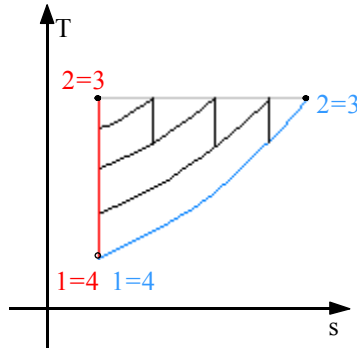


Figura 6

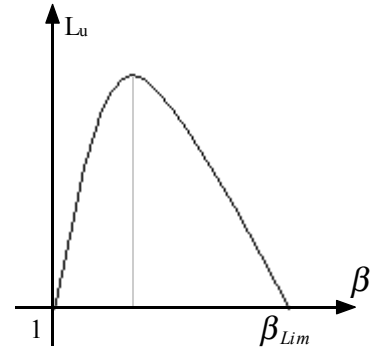


Figura 7

Nell'immagine viene indicato un rapporto di compressione limite, espresso nel modo seguente:

$$\beta_{Lim} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{\varphi}}$$

In figura 6 viene mostrato come i cicli possono deformarsi fino ad arrivare a due cicli limite mostrati in rosso ed in blu. Il lavoro utile della macchina può essere espresso come segue:

$$L_u = \eta Q_1 = (1 - \beta^{-\varphi})(h_3 - h_2) = (1 - \beta^{-\varphi}) \bar{c}_{p3-2} (T_3 - T_2)$$

imponendo poi che di c_p ce ne sia uno solo si può scrivere:

$$L_u = (1 - \beta^{-\varphi}) c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \right) = (1 - \beta^{-\varphi}) c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - \beta^\varphi \right)$$

si può dunque considerare il grafico di figura 7 che mostra l'andamento del lavoro utile in funzione del rapporto di compressione. Imponendo ora che sia:

$$\beta^\varphi = y$$

si può esprimere il lavoro utile nel modo seguente:

$$L_u = \left(1 - \frac{1}{y} \right) c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - y \right) = c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} - \frac{1}{y} \cdot \frac{T_3}{T_1} - y + 1 \right)$$

dalla quale si ricava:

$$\frac{\partial L_u}{\partial y} = c_p T_1 \left(\frac{T_3}{T_1} \cdot \frac{1}{y^2} - 1 \right)$$

Da quest'ultima espressione si ritrova quanto già affermato in precedenza, ovvero che:

$$\beta_{Max}^\varphi = \frac{T_3}{T_1}$$

Ricordando poi la relazione (1) si ricava che il massimo lavoro si avrà quando:

$$T_2 = T_4$$

Ricordando infine che:

$$\begin{cases} \varphi = \frac{K-1}{K} \\ K = \frac{c_p}{c_v} \end{cases}$$

si avrà che:

$$\varphi = \frac{\mathfrak{R}}{MMc_p}$$

e quindi utilizzare gas con masse molari diverse porta a variazioni del lavoro in quanto varia il rendimento.

Cicli a gas reali. Camera di combustione. Ciclo a gas semplice reale.

Cicli a gas reali.

Il discorso sulle turbine a gas prosegue ora abbandonando l'idealità e considerando che le macchine sono reali, il ciclo di una turbina a gas reale (in azzurro) paragonato a quello di una turbina a gas ideale (in rosso) è mostrato in figura 1.

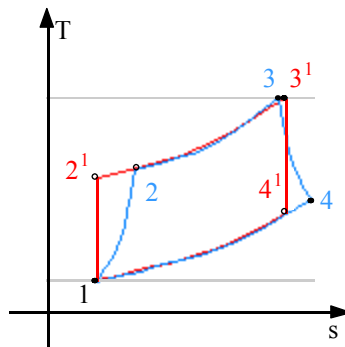


Figura 1

Si possono dunque introdurre i rendimenti pneumatici che sono definiti nel modo seguente:

$$\begin{cases} \pi_1 = \frac{p_3}{p_2} \\ \pi_2 = \frac{p_1}{p_4} \end{cases}$$

dove siano:

$$\begin{cases} p_3 \leq p_2 \\ p_1 \leq p_4 \end{cases}$$

Solitamente i rendimenti pneumatici sono molto vicini all'unità e sono presenti a causa del fatto che negli scambiatori si forma una differenza di pressione tra i punti 2 e 3 e tra i punti 4 ed 1. Per quanto riguarda il compressore si avrà un rendimento esprimibile nel modo seguente:

$$\eta = \frac{h_{2'} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\bar{c}_p (T_{2'} - T_1)}{\bar{c}_p (T_2 - T_1)} = \frac{T_1 \left(\frac{T_{2'}}{T_1} - 1 \right)}{T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)} = \frac{\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1}{\beta^{\frac{m-1}{m}} - 1} = \frac{\beta^{\frac{K-1}{K}} - 1}{\beta^{K\eta_{pol}} - 1}$$

dove sia:

$$\eta_{pol} = \frac{K-1}{m}$$

Il rendimento di un compressore dipende dunque sia dal rapporto di compressione β che dal rendimento politropico; quest'ultimo, inoltre, pesa maggiormente rispetto a β ai fini della determinazione del rendimento adiabatico. Per quanto riguarda, invece, l'espansione in turbina, è possibile considerare il seguente rendimento:

$$\eta_{ad}^{esp} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4'}} = \frac{L_{Re}}{L_{Id}} = \frac{\bar{c}_{p3-4} (T_3 - T_4)}{\bar{c}_{p3-4'} (T_3 - T_{4'})} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4'}} = \frac{T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3} \right)}{T_3 \left(1 - \frac{T_{4'}}{T_3} \right)} = \frac{1 - \frac{T_4}{T_3}}{1 - \frac{T_{4'}}{T_3}}$$

Ricordando poi il classico legame tra temperature e pressioni nelle politropiche (o nelle adiabatiche nel caso ideale), si ottiene:

$$\eta_{ad}^{esp} = \frac{1 - \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{m-1}{m}}}{1 - \left(\frac{p_{4'}}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\eta_{pot}^{esp} \frac{K-1}{K}}\right]}{\left[1 - \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right]}$$

Si nota allora che anche il rendimento adiabatico relativo all'espansione dipende dal rapporto di compressione (tra le pressioni p_4 e p_3) e dal rendimento politropico dell'espansione.

Camera di combustione.

Dimenticandosi dei rendimenti pneumatici che, come già detto, possono essere considerati ininfluenti, ci si sofferma ora sugli scambiatori presenti nella schematizzazione dell'impianto di una turbina a gas; in particolare si farà riferimento alla situazione di ciclo aperto e quindi invece dei due scambiatori sarà presente un solo combustore (in quanto il secondo scambiatore di calore è l'ambiente stesso). Il combustore può essere unico, come mostrato in figura 2, oppure smembrato in diverse camere, come mostrato in figura 3.

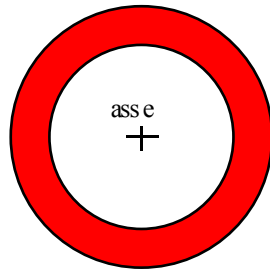


Figura 2

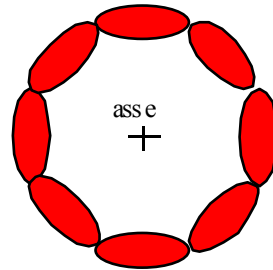


Figura 3

In figura 4 è invece mostrata una sezione della macchina.

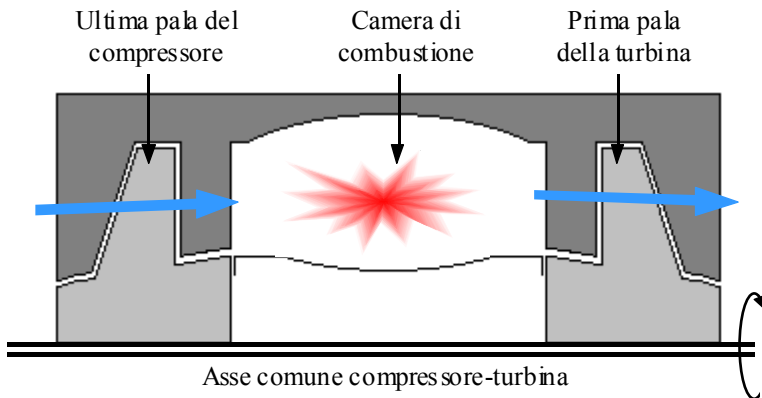


Figura 4

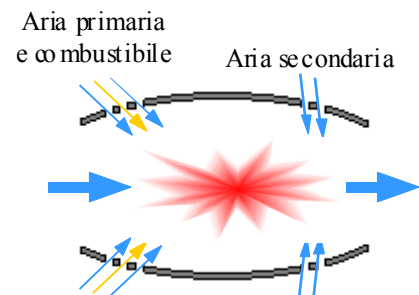


Figura 5

Affinché nella camera di combustione ci sia una buona combustione è necessario avere un coefficiente α (che esprime la quantità di aria che viene introdotta nella miscela di combustibile e comburente) appropriato (solitamente non eccessivamente alto) che può portare a temperature di ingresso in turbina non eccessivamente alte. Ovviamente, alte temperature di ingresso in turbina sarebbero invece auspicabili ma, per ottenerle, servirebbero coefficienti α nettamente più elevati di quelli ottimali per una buona combustione. Anche in questo caso sarà dunque necessario ottimizzare la situazione. Un modo per ottenere una buona combustione ed alte temperature di ingresso in turbina è quello di spezzare i flussi di aria in ingresso nella camera di combustione in un flusso di aria primaria e in flusso di aria secondaria come mostrato in figura 5. Ovviamente anche per il combustore si può parlare di un rendimento; si faccia dunque riferimento allo schema del combustore mostrato in figura 6.

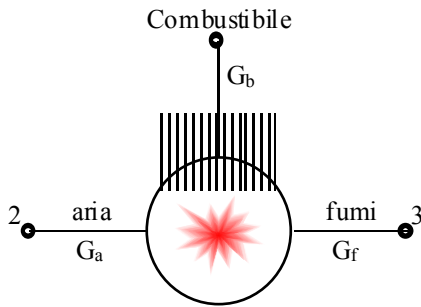


Figura 6

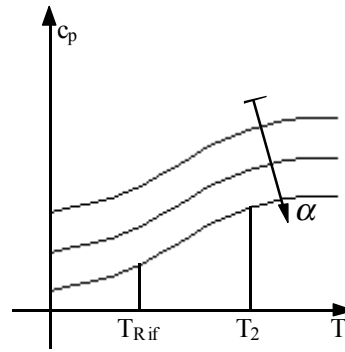


Figura 7

Ovviamente si deve avere che:

$$G_a + G_b = G_f$$

dalla quale si ricava:

$$\frac{G_a}{G_b} + 1 = \frac{G_f}{G_b}$$

Essendo poi:

$$\frac{G_a}{G_b} = \alpha$$

si ricava:

$$\alpha + 1 = \frac{G_f}{G_b}$$

Ovviamente nel caso di aria pura il coefficiente α tende all'infinito. Si faccia ora riferimento alla seguente relazione:

$$\alpha(h_a T_2 - h_a T_{Rif}) + (h_b T_b - h_b T_{Rif}) + H_i = (\alpha + 1)(h_f T_3 - h_f T_{Rif})$$

dove T_{Rif} prende il nome di temperatura di riferimento mentre H_i è il potere calorifico; si ha inoltre:

$$h_a T_2 - h_a T_{Rif} = \int_{T_{Rif}}^{T_2} c_p^{aria} dT$$

In figura 7 è mostrato come varia il calore specifico a pressione costante con la temperatura e con il variare del coefficiente α (il che porta ad una variazione del Δh espresso dalla relazione precedente). Il potere calorifico può essere espresso nel modo seguente:

$$H_i = E - \Delta h_{Rifa} - \Delta h_{Rifb}$$

dove E è l'energia messa a disposizione dal combustibile mentre i due Δh sono le variazioni relative ai due riferimenti.

Ciclo a gas semplice reale.

Dopo aver valutato la realtà dei componenti principali della macchina (compressore, turbina e combustore) si mette ora insieme il tutto per ottenere una descrizione complessiva della realtà della macchina. Nel caso nel quale si considerino unitari i rendimenti pneumatici, il lavoro utile potrà essere espresso nel modo seguente:

$$L_u = L_T \eta_{ad}^T \eta_{MT} - \frac{L_C}{\eta_{ad}^C \eta_{MC}}$$

dove gli indici T e C indicano rispettivamente turbina e compressore e dove i rendimenti η_{MT} ed η_{MC} siano i rendimenti meccanici di turbina e compressore. Il rendimento complessivo si potrà allora esprimere nel modo seguente:

$$\eta_{Ciclo} = \frac{L_u}{Q_C / \eta_b}$$

dove con η_b viene indicato il rendimento del combustore.

Ciclo a gas semplice reale. Cicli a compressione interrefrigerata. Cicli con ricombustione.

Ciclo a gas semplice reale.

Facendo riferimento al grafico di figura 1 si continua il discorso sulle turbine a gas.

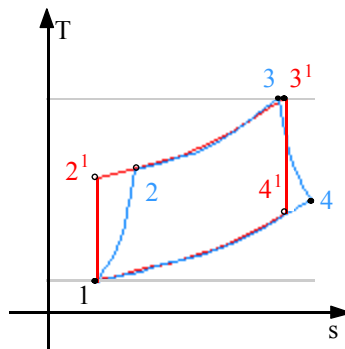


Figura 1

Nella lezione precedente erano stati raggiunti i due seguenti risultati:

$$\begin{cases} L_u = L_T \eta_{ad}^T \eta_{MT} - \frac{L_C}{\eta_{ad}^C \eta_{MC}} \\ \eta_{Ciclo} = \frac{L_u}{Q_e / \eta_b} \end{cases}$$

Il fatto che il calore Q_e venga diviso per il rendimento del combustore η_b è dovuto al fatto che, nel caso ideale e nel caso reale, il calore introdotto è differente. Il rendimento può evidentemente essere riscritto nel modo seguente:

$$\eta = \frac{1}{Q_e} \left[\eta_{ad}^T \eta_{MT} \eta_b L_C \left(\frac{L_T}{L_C} - \frac{1}{\eta_{ad}^T \eta_{MT} \eta_{ad}^C \eta_{MC}} \right) \right]$$

Notando ora che il calore introdotto nel caso reale e nel caso ideale sono, rispettivamente, quelli espressi nelle due relazioni seguenti:

$$\begin{cases} Q_e = h_3 - h_2 \\ Q_e^1 = h_3 - h_{2'} \end{cases}$$

e che si può anche considerare la relazione:

$$Q_e^1 = Q_e + h_2 - h_{2'}$$

ovvero:

$$Q_e = Q_e^1 - (h_2 - h_{2'})$$

si arriva alla seguente espressione:

$$Q_e = Q_e^1 - L_C \left(\frac{1}{\eta_{ad}^C} - 1 \right)$$

Dall'ultima relazione scritta si ricava:

$$\frac{L_C}{\eta_{ad}^C} - L_C = h_2 - h_{2'}$$

Il rendimento complessivo si può riscrivere come:

$$\eta = \frac{\eta_{ad}^T \eta_{MT} \eta_b \left(\frac{L_T}{L_C} - \frac{1}{\eta_{ad}^T \eta_{MT} \eta_{ad}^C \eta_{MC}} \right)}{\frac{Q_e^1}{L_C} \left(\frac{1}{\eta_{ad}^C} - 1 \right)}$$

Ovviamente vale la relazione:

$$\frac{L_T}{L_C} = \frac{T_3 \left(1 - \frac{T_{4'}}{T_3}\right)}{T_{2'} \left(1 - \frac{T_1}{T_{2'}}\right)} = \frac{T_3}{T_{2'}}$$

e quindi, combinando le ultime due relazioni scritte, si ricava:

$$\eta = \frac{\eta\eta\eta \left(\frac{T_3}{T_{2'}} - \frac{1}{\eta\eta\eta\eta} \right)}{\frac{Q_e^1}{L_C} \left(\frac{1}{\eta_{ad}^C} - 1 \right)}$$

Si nota dunque che uno zero del rendimento si ha per:

$$\frac{T_3}{T_1 \beta^\varphi} = \frac{1}{\eta\eta\eta\eta}$$

ovvero per:

$$\beta = \left(\frac{T_3}{T_1} \eta\eta\eta\eta \right)^{\frac{1}{\varphi}}$$

L'andamento del grafico del rendimento (paragonato con quello del rendimento del ciclo semplice espresso in rosso) sarà allora quello mostrato in figura 2.

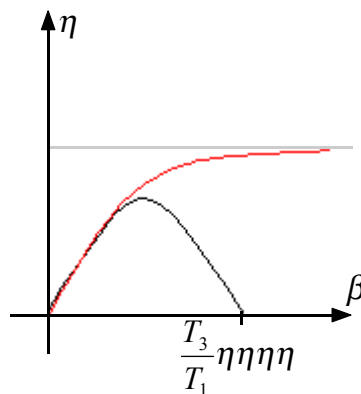


Figura 2

Da questo discorso si ricava dunque che più la temperatura di ingresso in turbina sarà alta e migliore sarà il rendimento; per questo motivo, nei limiti di compatibilità tecnologica (con altissime temperature bisogna usare materiali appropriati come leghe metalliche particolari, ceramiche nei rivestimenti delle pale oppure come materiale per realizzare la prima o le prime palettature), si cerca di avere la massima temperatura possibile. Un approccio che permette di usare materiali convenzionali ed avere ugualmente alte temperature è quello di utilizzare delle palette particolari al cui interno sia stato creato un sistema di canali nel quale viene fatto scorrere del fluido refrigerante (tipicamente l'aria che esce dal compressore e che ancora non è entrata nel combustore). Dopo aver valutato il rendimento è opportuno andare a valutare il lavoro massico (non è infatti detto che al massimo rendimento si abbia anche il massimo lavoro massico); si faccia quindi nuovamente riferimento alla prima relazione scritta in questa lezione e poi si esprima il lavoro di turbina e compressore in funzione dei rapporti di compressione, ovvero:

$$\begin{cases} L_T = h_3 - h_{4'} = \bar{c}_p (T_3 - T_{4'}) = \bar{c}_p T_3 (1 - \beta^{-\varphi}) \\ L_C = h_{2'} - h_1 = \bar{c}_p (T_{2'} - T_1) = \bar{c}_p T_1 (\beta^\varphi - 1) \end{cases}$$

In questo modo il lavoro utile può essere riscritto nel modo seguente:

$$L_u = \eta_{ad}^T \eta_{MT} \bar{c}_p T_3 (1 - \beta^{-\varphi}) - \frac{\bar{c}_p T_1 (\beta^\varphi - 1)}{\eta_{ad}^C \eta_{MC}}$$

Si vede dunque che si ha uno zero del lavoro massico per:

$$\eta\eta\eta\eta \frac{T_3}{T_1} = \frac{\beta^\varphi - 1}{1 - \beta^{-\varphi}}$$

dalla quale si ricava:

$$\beta = \left(\frac{T_3}{T_1} \eta\eta\eta\eta \right)^{\frac{1}{\varphi}}$$

Nel caso ideale il lavoro si annullava per:

$$\beta_{id} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{\varphi}}$$

Si noti che il punto nel quale si annulla il lavoro è il medesimo nel quale si annulla anche il rendimento. Anche facendo riferimento al lavoro massico, dunque, si ricava che è nell'interesse del realizzatore avere delle temperature T_3 di ingresso in turbina alte.

Cicli a compressione interrefrigerata.

Siccome il lavoro utile è definito nel modo seguente:

$$L_u = L_T - L_C$$

è evidente che è possibile modificare il lavoro utile operando sul lavoro del compressore oppure sul lavoro della turbina. Un modo per agire sul compressore è quello di utilizzare un impianto come quello mostrato in figura 3.

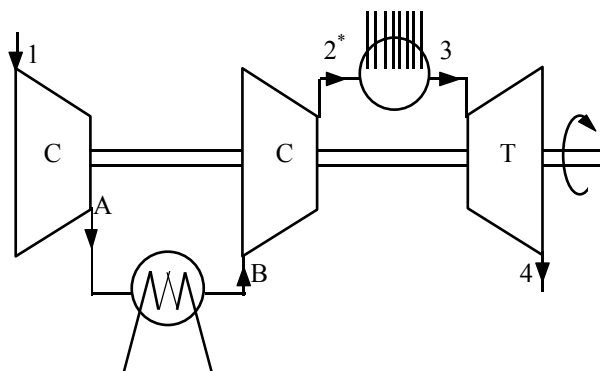


Figura 3

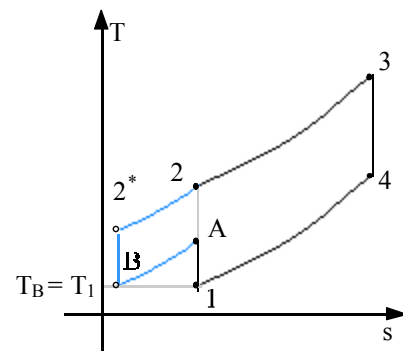


Figura 4

Si parla in questo caso di inter-refrigerazione (inter-cooling); in questo modo si riesce ad aumentare il lavoro utile ma si complica in maniera non trascurabile la macchina compressiva. Il ciclo che si ottiene in questa situazione è quello mostrato in figura 4 (nel quale non si considerano le irreversibilità delle singole macchine). Si nota dunque che al ciclo di partenza (1, 2, 3, 4) è stato aggiunto un secondo ciclo più piccolo ma con le stesse caratteristiche (B, 2*, 2, A). Il rendimento sarà allora esprimibile nel modo seguente:

$$\eta = \frac{L_u}{Q} = \frac{L_{base} + L_{aggiunto}}{Q_{base} + Q_{aggiunto}}$$

ovvero:

$$\eta = \frac{\eta_{base} Q_{base}}{Q_{aggiunto} + Q_{base}} + \frac{\eta_{aggiunto} Q_{aggiunto}}{Q_{aggiunto} + Q_{base}}$$

Idealmente non ha senso l'inter-refrigerazione poiché si aggiungerebbe un ciclo con un rendimento più basso; le cose cambiano quando si considerano gli andamenti reali (ai quali fa riferimento il grafico di figura 5).

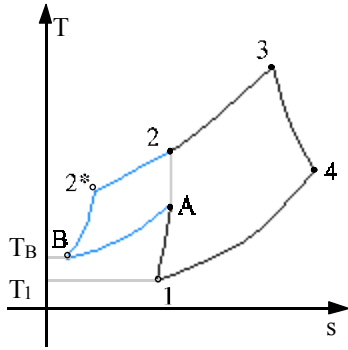


Figura 5

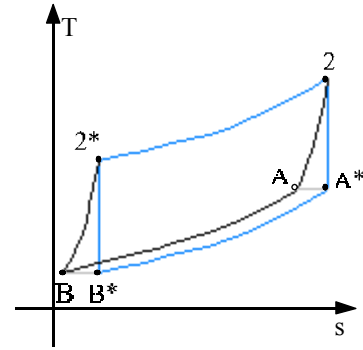


Figura 6

Nel caso reale, infatti, non è possibile sapere quale sia il rendimento del ciclo in generale; è dunque necessario sapere, caso per caso, quale sia il rendimento del ciclo base e quale sia il rendimento del ciclo aggiunto. Nel caso reale è possibile aumentare non solo il lavoro massico ma anche il rendimento. Imponendo che gli esponenti delle politropiche del ciclo aggiunto siano uguali avremo che:

$$\frac{T_{2^*}}{T_B} = \frac{T_2}{T_A} \quad (1)$$

Siccome quando due cicli hanno uguale calore introdotto e uguale calore rigettato possono essere detti equivalenti, il ciclo aggiunto è equivalente al ciclo B*, 2*, 2, A* che vediamo rappresentato in figura 6; di questo ciclo (che è ideale) si conosce il rendimento e quindi, di conseguenza, si conosce il rendimento anche del ciclo aggiunto. Complessivamente, dunque, il ciclo aggiunto è equivalente ad un ciclo ideale con un rapporto di compressione β più elevato. Talora, dunque, il ciclo aggiunto migliora il ciclo complessivo. Tutto questo discorso regge, ovviamente, se si riesce effettivamente a dimostrare che i due cicli che appaiono in figura 6 sono equivalenti e quindi se effettivamente si riesce a mostrare che la trasformazione A*B* è un'isobara. Per fare questo si parte dalle due relazioni seguenti:

$$\begin{cases} s_2 - s_{2^*} = c_p \ln \frac{T_2}{T_{2^*}} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_2}{p_{2^*}} \\ s_A - s_B = c_p \ln \frac{T_A}{T_B} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_A}{p_B} \end{cases}$$

Siccome si sa che le trasformazioni 2*2 e BA sono effettivamente delle trasformazioni isobare, l'ultimo sistema scritto assumerà la seguente forma:

$$\begin{cases} s_2 - s_{2^*} = c_p \ln \frac{T_2}{T_{2^*}} \\ s_A - s_B = c_p \ln \frac{T_A}{T_B} \end{cases}$$

Sfruttando ora la relazione (1) si arriva ad affermare che:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{T_2}{T_{2^*}}$$

Per costruzione si sa che:

$$s_{A^*} - s_{B^*} = s_2 - s_{2^*}$$

ma vale anche che:

$$s_{A^*} - s_{B^*} = c_p \ln \frac{T_{A^*}}{T_{B^*}} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_{A^*}}{p_{B^*}}$$

Siccome si ha:

$$\begin{cases} T_{A^*} = T_A \\ T_{B^*} = T_B \end{cases}$$

dal penultimo sistema scritto si deduce come debba di conseguenza essere:

$$\mathfrak{R} \ln \frac{p_{A^*}}{p_{B^*}} = 0$$

e quindi:

$$p_{A^*} = p_{B^*}$$

Cicli con ricombustione.

Oltre all'inter-refrigerazione c'è un secondo modo per incrementare il lavoro utile; invece di operare sul lavoro del compressore, si interviene sul lavoro della turbina tramite un post-combustore (after-burn) ottenendo così l'impianto mostrato in figura 7.

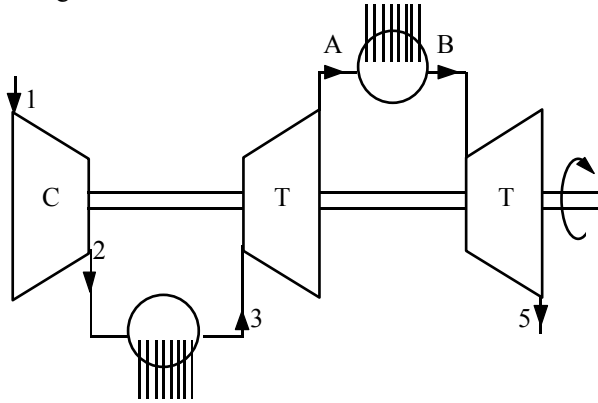


Figura 7

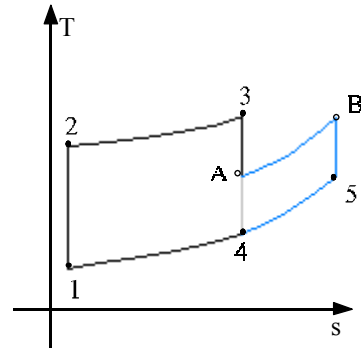


Figura 8

Il ciclo realizzato da un tale impianto è quello mostrato in figura 8. Siccome il combustore è abbastanza leggero, anche dal punto di vista tecnologico la post-combustione è una buona mossa (anche utilizzata nell'ambito dei motori aeronautici, soprattutto se interessa una elevata velocità). Dal punto di vista del rendimento si ha ovviamente una diminuzione in quanto il lavoro aggiunto sarà:

$$L_{aggiunto} = (h_B - h_5) - (h_A - h_4)$$

Il calore aggiunto è invece:

$$Q_{aggiunto} = h_B - h_A$$

Il rendimento aggiunto, ovviamente, sarà:

$$\eta_{aggiunto} = \frac{L_{aggiunto}}{Q_{aggiunto}}$$

Ciclo semplice ideale con rigenerazione. Ciclo ideale semplice a rigenerazione parziale. Ciclo semplice reale con rigenerazione. Cicli rigenerativi con interrefrigerazione e ricombustione.

Ciclo semplice ideale con rigenerazione.

Si ritorni a considerare un ciclo come quello di figura 1 (detto anche ciclo Bryton) dalla quale si nota che il calore viene scambiato lungo un largo range di temperature (da ΔT elevate a ΔT piccole).

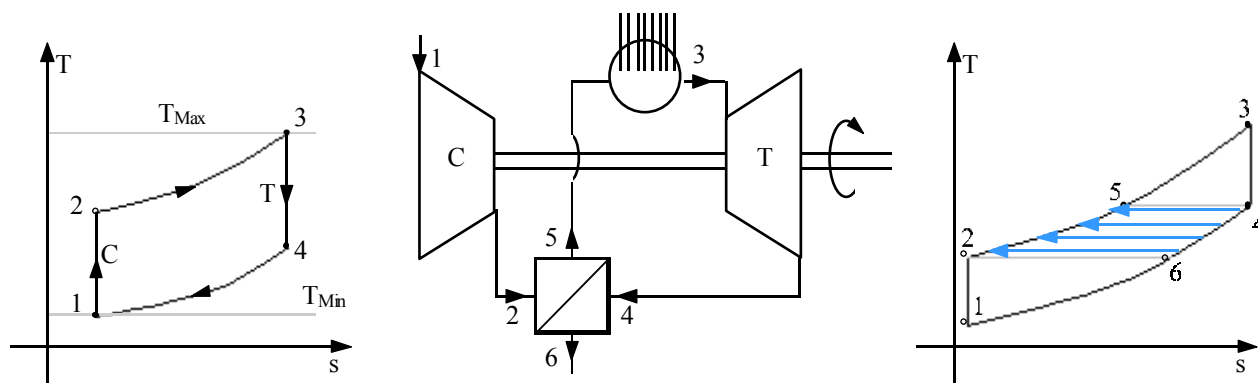


Figura 1

Figura 2

Figura 3

Si ricordi che il rendimento può essere espresso come:

$$\eta = \eta_{Carnot} - \frac{T_{Min} \sum \Delta s_{irr}}{Q_i}$$

Per avere un alto rendimento è dunque necessario ridurre le irreversibilità e un modo per far questo consiste nello sfruttare la tecnica della rigenerazione, che avviene attraverso un rigeneratore e si arriva così ad ottenere l'impianto mostrato in figura 2 e il ciclo mostrato in figura 3. Si faccia ora riferimento al seguente bilancio:

$$Q = \dot{m}_I c_{pI} (T_5 - T_2) = \dot{m}_{II} c_{pII} (T_4 - T_6)$$

Usando il rigeneratore si riducono le irreversibilità in una parte del tratto 2-3 e in una parte del tratto 4-1 e quindi il rendimento complessivo aumenta. Il calore introdotto è confinato nel solo tratto 5-3 mentre il calore ceduto è confinato al solo tratto 6-1 (ciò significa che entra un calore più pregiato ed esce un calore meno pregiato). Ovviamente ci può essere rigenerazione solo se la temperatura T_2 è inferiore alla temperatura T_4 . Si ricordi inoltre che la condizione secondo la quale sia:

$$T_2 = T_4 \quad (1)$$

rappresentava il limite per avere il massimo lavoro massico nel caso del ciclo semplice; quando dunque tale condizione è verificata, il ciclo semplice e il ciclo rigenerativo si uguagliano. Per quanto riguarda il rendimento del ciclo rigenerativo, si può fare riferimento alla seguente relazione:

$$\eta_{Rig} = 1 - \frac{\bar{c}_p (T_6 - T_1)}{\bar{c}_p (T_3 - T_5)} = 1 - \frac{T_6 - T_1}{T_3 - T_5} = 1 - \frac{T_1 \left(\frac{T_6}{T_1} - 1 \right)}{T_5 \left(\frac{T_3}{T_5} - 1 \right)}$$

Siccome si ha però che:

$$\frac{T_6}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_5} = \frac{T_3}{T_4} = \beta^{\frac{K-1}{K}}$$

si può riscrivere l'espressione del rendimento nel modo seguente:

$$\eta_{Rig} = 1 - \frac{T_1}{T_5} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \beta^\varphi$$

Il massimo β del ciclo rigenerativo è quello relativo alla condizione (1), ovvero:

$$\beta_{Max} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{1/2\varphi}$$

La rigenerazione non altera il lavoro massico (che dipende solo da compressore e turbina) ma si limita a distanziare i livelli termici di acquisizione e scambio del calore; il ciclo semplice equivalente è dunque quello mostrato in azzurro in figura 4.

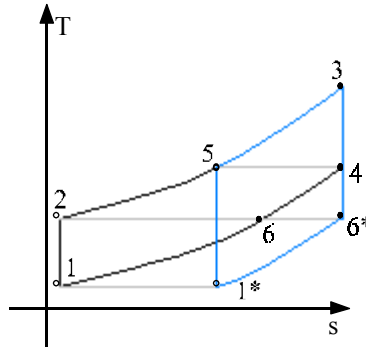


Figura 4

Per dimostrare l'equivalenza di tali due cicli si osserva che, nel ciclo rigenerativo, valgono le due seguenti relazioni:

$$\begin{cases} s_4 - s_5 = c_p \ln \frac{T_4}{T_5} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_4}{p_5} \\ s_6 - s_2 = c_p \ln \frac{T_6}{T_2} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_6}{p_2} \end{cases}$$

Siccome poi valgono le seguenti relazioni tra le temperature

$$\begin{cases} T_4 = T_5 \\ T_6 = T_2 \end{cases}$$

ci si riduce nel modo seguente:

$$\begin{cases} s_4 - s_5 = -\mathfrak{R} \ln \frac{p_4}{p_5} \\ s_6 - s_2 = -\mathfrak{R} \ln \frac{p_6}{p_2} \end{cases}$$

Essendo poi:

$$\begin{cases} p_4 = p_6 \\ p_5 = p_2 \end{cases}$$

si deduce che:

$$s_4 - s_5 = s_6 - s_2$$

Per costruzione si sa inoltre che:

$$s_4 - s_5 = s_{6^*} - s_{1^*}$$

e quindi, combinando le ultime due relazioni scritte:

$$s_6 - s_2 = s_{6^*} - s_{1^*}$$

Sempre per costruzione si può osservare che:

$$s_6 - s_2 = s_6 - s_1$$

e quindi, combinando ancora le ultime due relazioni scritte:

$$s_6 - s_1 = s_{6^*} - s_{1^*}$$

Esplicitando ora entrambi i membri dell'ultima espressione scritta si ottiene:

$$c_p \ln \frac{T_6}{T_1} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_6}{p_1} = c_p \ln \frac{T_{6^*}}{T_{1^*}} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_{6^*}}{p_{1^*}}$$

Siccome poi è noto che:

$$p_6 = p_1$$

è possibile ridurre la relazione precedentemente scritta ottenendo:

$$c_p \ln \frac{T_6}{T_1} = c_p \ln \frac{T_{6^*}}{T_{1^*}} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_{6^*}}{p_{1^*}}$$

Per costruzione si ha poi che:

$$\begin{cases} T_{6^*} = T_6 \\ T_{1^*} = T_1 \end{cases}$$

e quindi si ricava:

$$c_p \ln \frac{T_6}{T_1} = c_p \ln \frac{T_6}{T_1} - \mathfrak{R} \ln \frac{p_{6^*}}{p_{1^*}}$$

dalla quale si ottiene:

$$\mathfrak{R} \ln \frac{p_{6^*}}{p_{1^*}} = 0$$

e quindi:

$$p_{6^*} = p_{1^*}$$

Avendo allora dimostrato che anche la trasformazione 1*-6* è un'isobara, si può effettivamente affermare che i due cicli in questione sono equivalenti. Utilizzare allora un ciclo rigenerativo equivale ad utilizzare un ciclo semplice con un β maggiore. Dall'espressione del rendimento del ciclo rigenerativo si avranno due diversi β e quindi il rendimento nei due cicli sarà:

$$\begin{cases} \eta_{Rig} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \beta_{Rig}^\varphi \\ \eta_{S}^{Eq} = 1 - \beta_{S}^{Eq-\varphi} \end{cases}$$

Uguagliando i due rendimenti si otterrà:

$$\beta_{Rig} \beta_{S}^{Eq} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^\frac{1}{\varphi}$$

Si può allora considerare il grafico di figura 5 nel quale viene evidenziata una zona non accessibile per il fatto che β_{Rig} è inferiore rispetto al β_{S}^{Eq} ; si nota da questa immagine che, una volta fissato un β_{Rig} , si trova un β_{S}^{Eq} maggiore.

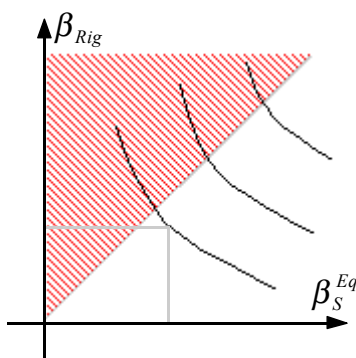


Figura 5

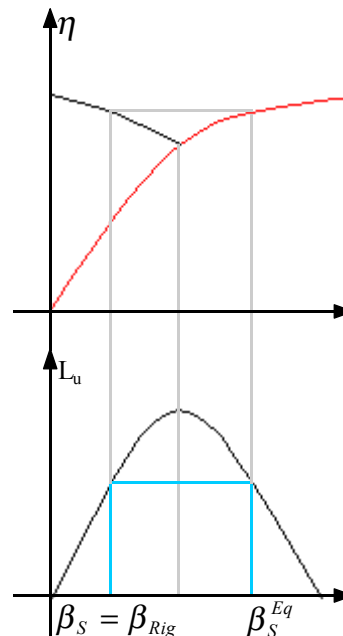


Figura 6

Facendo ora riferimento al grafico doppio di figura 6 (che mette in comparazione il lavoro utile e il rendimento), si nota che la rigenerazione permette di utilizzare un β_{S}^{Eq} maggiore utilizzando dei compressori e delle turbine più piccole di quanto sarebbe normalmente necessario in quanto si sfrutta il rigeneratore invece di macchine rotanti più potenti.

Ciclo ideale semplice a rigenerazione parziale.

Fino ad ora si è vista la rigenerazione ideale, in figura 7 è invece mostrato un esempio di rigenerazione reale (detta anche rigenerazione parziale perché non si riescono a raggiungere i punti 5* e 6* e quindi le rispettive temperature).

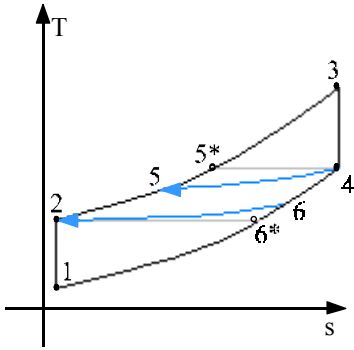


Figura 7

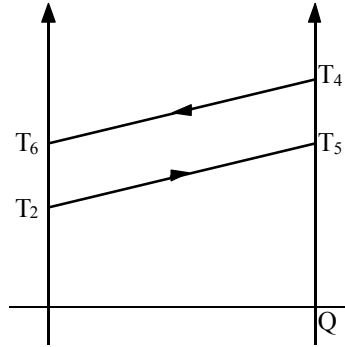


Figura 8

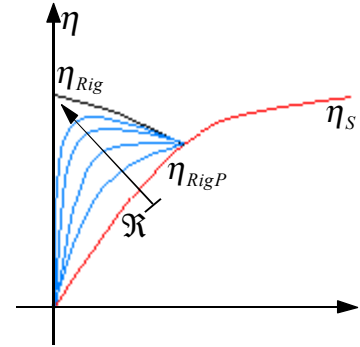


Figura 9

Per quanto riguarda l'efficienza della rigenerazione si faccia riferimento al grafico di figura 8 e si osservi che il massimo calore scambiato nello scambiatore è il seguente:

$$Q_{Max} = \left(\dot{m} c_p \right)_{Min} \Delta T_{Max} = \left(\dot{m} c_p \right)_{Min} (T_4 - T_2)$$

Si ha dunque:

$$\mathfrak{R} = \frac{\left(\dot{m} c_p \right)_I (T_4 - T_6)}{\left(\dot{m} c_p \right)_{Min} (T_4 - T_2)} = \frac{\left(\dot{m} c_p \right)_{II} (T_5 - T_2)}{\left(\dot{m} c_p \right)_{Min} (T_4 - T_2)}$$

Essendo poi:

$$\left(\dot{m} c_p \right)_I = \left(\dot{m} c_p \right)_{Min}$$

si ottiene:

$$\mathfrak{R} = \frac{T_4 - T_6}{T_4 - T_2} = \frac{\left(\dot{m} c_p \right)_{II} (T_5 - T_2)}{\left(\dot{m} c_p \right)_{Min} (T_4 - T_2)}$$

In un ciclo semplice si ha:

$$Q_e = h_3 - h_2$$

mentre nel ciclo con rigenerazione ideale si ha:

$$Q_e^{Rig} = h_3 - h_{5^*}$$

Nel ciclo con rigenerazione parziale si ha invece:

$$Q_e^{RigP} = h_3 - h_5 = Q_e^{Rig} + (Q_e - Q_e^{Rig})(1 - \mathfrak{R}) = Q_e^{Rig} + Q_e(1 - \mathfrak{R}) - Q_e^{Rig} + \mathfrak{R}Q_e^{Rig} = Q_e(1 - \mathfrak{R}) + Q_e^{Rig}\mathfrak{R}$$

Dividendo ora il lavoro utile (che è sempre lo stesso) per i tre calori appena calcolati, si ottengono i rendimenti del ciclo semplice, del ciclo rigenerativo e del ciclo rigenerativo parziale:

$$\begin{cases} \frac{L_u}{Q_e} = \eta_S \\ \frac{L_u}{Q_e^{Rig}} = \eta_{Rig} \\ \frac{L_u}{Q_e^{RigP}} = \eta_{RigP} \end{cases}$$

Si avrà dunque che:

$$\frac{1}{\eta_{RigP}} = \frac{1 - \mathfrak{R}}{\eta_S} + \frac{\mathfrak{R}}{\eta_{Rig}}$$

dal punto di vista grafico possiamo dunque costruire il diagramma mostrato in figura 9.

Ciclo semplice reale con rigenerazione.

Per quanto riguarda i cicli reali non si può fare un discorso generalizzato in quanto non si può sapere di quanto vengono ridotte le irreversibilità e quindi bisognerà valutare caso per caso.

Cicli rigenerativi con interrefrigerazione e ricombustione.

Ovviamente è possibile combinare i metodi che sono stati visti per migliorare un ciclo di turbina a gas: è per esempio possibile accoppiare inter-refrigerazione e rigenerazione oppure postcombustione e rigenerazione, oppure ancora interrefrigerazione, postcombustione e rigenerazione. In tutti i casi si aumenta il rendimento. Utilizzando tante ricombustioni e tante inter-refrigerazioni si arriva, al limite, ad un ciclo di Carnot.