Esercitazioni di **Istituzioni** di **Matematiche 1**

Prova n°5

1) E' assegnato il sistema $\begin{cases} x-y+z=0 \\ 3x+y-3z=2 \\ 3x-y+(k^2-k)z=k \end{cases}$ con k parametro reale.

a) Esistono valori di k per i quali il sistema è indeterminato ? Se sì, risolvere il sistema per tali valori di k.
b) Risolvere il sistema nel caso $k=2$.

2) Data la funzione $f(x)=\ln(x^2-1)$ determinare:

a) l'insieme di definizione;
b) gli eventuali asintoti;
c) gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo.

3) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x)=\frac{1}{x^2}$ nel punto $P_0(2;f(2))$. Calcolare poi l'area del triangolo che tale retta individua con gli assi cartesiani.

4) Scrivere l'equazione della circonferenza di centro $P(1;0)$ e tangente alla retta di equazione $x+y-2=0$. Determinare poi le equazioni delle rette tangenti a tale circonferenza condotte dal punto $O(0;0)$.

Prova n°6

1) E' assegnato il sistema $\begin{cases} hx-y=2 \\ hy-z=-1 \\ x-hz=1 \end{cases}$ con h parametro reale.

a) Studiare il sistema al variare di h;
b) risolvere il sistema nel caso di $h=1$.

2) Scrivere l'equazione della parabola ad asse verticale passante per i punti $A(-1;2)$ e $B(1;0)$ avente tangente in B la perpendicolare alla retta $y=-\frac{1}{3}x+2$.

3) Data la funzione $f(x)=\frac{x}{\ln(x+1)}$ determinare:

-l'insieme di definizione classificando gli eventuali punti di discontinuità;
-gli eventuali asintoti;
-gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo;
-gli estremi assoluti

4) Determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore dell'insieme numerico $\left\{x \in \text{ß} : x = \frac{n}{n+2}, n \in \text{ã}\right\}$ precisando se trattasi di minimo e di massimo rispettivamente.

Prova n°7

1) E' assegnato il sistema $\begin{cases} x + hy + z = h \\ x + y - hz = 0 \\ x - hy + z = h \end{cases}$ con h parametro reale.

a) Studiare il sistema al variare di h;

b) risolvere il sistema nel caso di $h = 0$.

2) Scrivere l'equazione della circonferenza passante per il vertice e il fuoco della parabola $y^2 = 8x$ e avente il centro sulla retta di equazione $x - y + 2 = 0$.

3) Data la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{x^2 - 3x + 2}}$ determinare:

-l'insieme di definizione classificando gli eventuali punti di discontinuità;
-gli eventuali asintoti;
-gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo;
-gli estremi assoluti.

4) Calcolare l'integrale: $\int \left(\frac{x^2}{\sqrt[3]{x}} - 3\sin x + \frac{1}{x} \right) dx$

Prova n°8

1) E' assegnato il sistema $\begin{cases} x + hy + z = h \\ x + y = 0 \\ -hy + z = 1 \end{cases}$ con h parametro reale.

a) Studiare il sistema al variare di h;

b) risolvere il sistema nel caso di $h = 1$.

2) Scrivere l'equazione della circonferenza di centro il punto medio del segmento di estremi $(1;0)\ e\ (2;1)$ e passante per il punto $(3;0)$.

3) Data la funzione $f(x) = \sqrt{1 + \left|x^2 - 1\right|}$ determinare:

-l'insieme di definizione classificando gli eventuali punti di discontinuità;
-gli eventuali asintoti;
-gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo;
-gli estremi assoluti.
-determinare infine l'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa $x_0 = \frac{1}{2}$.

4) Determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore dell'insieme numerico $\left\{x \in \text{ß} : x = \frac{n}{n^2 + 1}, n \in \text{ã}, n \geq 1\right\}$ precisando se trattasi di minimo e di massimo rispettivamente.

Prova n°9

1) E' assegnato il sistema $\begin{cases}(k-1)x+y+2z=0\\ x+kz=0\\ kx+y+4z=k\end{cases}$ con k parametro reale.

--Esistono valori di k per i quali il sistema è indeterminato ? Se sì, risolvere il sistema per tali valori di k.
--Risolvere il sistema nel caso di $k=1$.

2) Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro nel punto $(1;1)$ e tangente alla retta di equazione $x+y=0$. Determinare poi l'equazione della retta tangente a tale circonferenza nel punto di ascissa positiva in cui essa interseca la retta $y=0$.

3) Data la funzione $f(x)=2^{\frac{x}{x-1}}$ determinare:
-l'insieme di definizione classificando gli eventuali punti di discontinuità;
-gli eventuali asintoti;
-gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo.

4) Determinare i punti del grafico della curva di equazione $f(x)=\int_0^x \frac{t}{t^2+1}dt$ nei quali la retta tangente ha il coefficiente angolare uguale a 1/2.

Prova n°10

1. Studiare, al variare del parametro reale k il sistema lineare: $\begin{cases}k\,x+y=3\\ -x+k\,y=5\\ (k-1)x+(k+1)y=8\end{cases}$

2. Scrivere l'equazione della tangente alla curva di equazione: $f(x)=\int_0^x e^{-z^2}dz$ nel punto $x=0$

3. Determinare campo di esistenza, continuità e derivabilità di $f(x)=\sqrt{|\ln x|-1}$

4. Per quali valori dei parametri reali a, b è applicabile il teorema di Lagrange alla funzione: $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{\pi}\operatorname{arctg}x+2ax & per \quad 0\le x<1\\ ax+2b & per \quad 1\le x\le 2\end{cases}$

5. Calcolare l'estremo inferiore e l'estremo superiore dell'insieme numerico $X:=\{2^n-n : n\in \tilde{a}, n\ge 1\}$