Esercitazioni di **Istituzioni** di **Matematiche 1**

Prova n°1

1. studiare il sistema $\begin{cases} x+hy=1 \\ x+y+z=h \\ hx+y-z=0 \end{cases}$ al variare del parametro reale h. Risolvere poi il sistema nel caso $h=2$ con il metodo di eliminazione di Gauss.

2. E' data la retta $r: y=2x$ Per il punto $A(4;0)$ si conducano le rette s e n, la prima parallela e la seconda perpendicolare a r. Siano B il punto di intersezione di s con l'asse delle ordinate e C il punto di intersezione di n con l'asse delle ordinate. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per A, B, C.

3. Data la funzione $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}$ determinare: a) l'insieme di definizione, classificando gli eventuali punti di discontinuità; b) gli asintoti ; c) gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo; d) gli estremi assoluti.

4. calcolare il seguente integrale $\int \dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx$

Prova n°2

1. Studiare il sistema di equazioni lineari $\begin{cases} -2x+y+hz=1 \\ (h-1)x+z=h \\ -4x+y=1 \end{cases}$ al variare del parametro reale h. Risolvere poi il sistema nel caso $h=3$ con il metodo di eliminazione di Gauss.

2. Sia r la retta di equazione $2x+y-1=0$. Si indichi con s la retta del fascio $(1-k)x+ky+1=0$, k parametro reale, perpendicolare a r. Detti A e B i punti di intersezione della retta s con gli assi cartesiani, scrivere l'equazione dell'ellisse di fuochi: $\left(\pm\dfrac{1}{2};0\right)$ e semiasse maggiore di lunghezza AB.

3. Data la funzione $f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$ determinare:
a)l'insieme di definizione, classificando gli eventuali punti di discontinuità; b) gli asintoti ; c) gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo; d) gli estremi assoluti. Dire infine, motivando la risposta, se $f(x)$ è invertibile.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito: $\int \dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}\,dx$

Prova n°3

1. Studiare il sistema di equazioni lineari $\begin{cases} hx+y+3z=3 \\ x-z=-2 \\ 2x+hy+2z=h \end{cases}$ al variare del parametro reale h. Risolvere poi il sistema nel caso $h=1$ con il metodo di eliminazione di Gauss.

2. Scrivere l'equazione della circonferenza avente il centro nel punto di intersezione tra le rette di equazioni: $x+y-5=0$, $x-2y+1=0$ e tangente alla retta di equazione $x+2y-1=0$.

3. Data la funzione: $f(x)=1+\ln(x^2-1)$ determinare: a) l'insieme di definizione, classificando gli eventuali punti di discontinuità; b) gli asintoti ; c) gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; d) l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa $x=2$.

4. Calcolare l'integrale indefinito $\int \left(sen\, x + x\, e^x \right) dx.$

Prova n°4

1. E' assegnato il sistema di equazioni lineari $\begin{cases} x+(h-1)y+(h+1)z=0 \\ x+hy+z=1 \\ hy-z=0 \end{cases}$ essendo h un parametro reale. a) Esistono valori di h per i quali il sistema è indeterminato? Se si risolvere il sistema per tali valori di h; b) risolvere il sistema nel caso di $h=2$.

2. Studiare la conica $(x+y-1)^2+k(x^2+y^2)=0$ al variare del parametro reale k. Posto $k=-1$ calcolare l'area del triangolo avente come vertici il punto (1;1) e i punti in cui la conica interseca gli assi cartesiani.

3. Data la funzione: $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+\ln x}$ determinare: a) l'insieme di definizione, classificando gli eventuali punti di discontinuità; b) gli asintoti ; c) gli intervalli di crescenza e decrescenza, nonché gli eventuali punti di estremo relativo.

4. Calcolare l'integrale indefinito $\int \dfrac{\ln tg\, x}{\cos^2 x} dx$