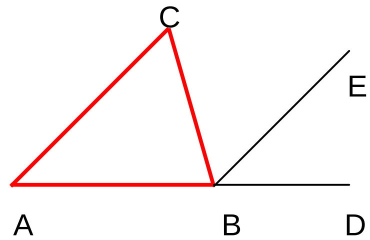
Appunti sui Poligoni

Il poligono è una parte di piano limitata da una spezzata chiusa non intrecciata.

Il poligono si dice *convesso* se giace tutto dalla stessa parte rispetto alla retta condotta per ognuno dei suoi lati; altrimenti si dirà concavo

Un poligono con tre lati si chiama triangolo. La somma dei suoi angoli interni vale un angolo piatto.
In un triangolo, un angolo esterno è uguale alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso:



Conducendo da B la semiretta parallela al lato $\overline{AC}$ osserviamo che

$\widehat{CBE} = \widehat{ACB}$ perché angoli alterni interni

$\widehat{EBD} = \widehat{CAB}$ perché angoli corrispondenti

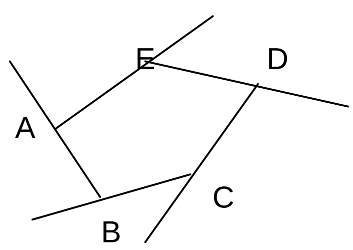
e, sommando membro a membro, otteniamo: $\widehat{CBD} = \widehat{ACB} + \widehat{CAB}$ (1)

Sommando ad ambo i membri della (1) $\widehat{ABC}$ si ricava facilmente che *la somma degli angoli interni vale un angolo piatto.*

La somma degli angoli interni di un poligono di n lati vale $(n-2)\pi$. Notiamo infatti che il poligono può essere scomposto, tramite le diagonali condotte da uno stesso vertice, in $n-2$ triangoli.

$l = 5 \Rightarrow 3\, triangoli$ $l = 6 \Rightarrow 4\, triangoli$

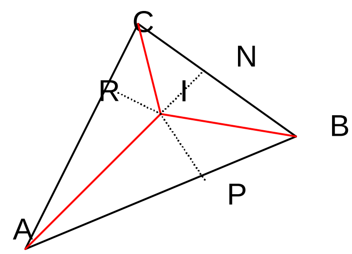
La somma degli angoli esterni di un poligono di n lati vale 2π.



Osserviamo che la somma degli angoli esterni è data da $n\pi - (n-2)\pi = 2\pi$

Punti notevoli di un triangolo

***Incentro* I** = punto di intersezione delle bisettrici = centro della circonferenza tangente ai lati del triangolo.



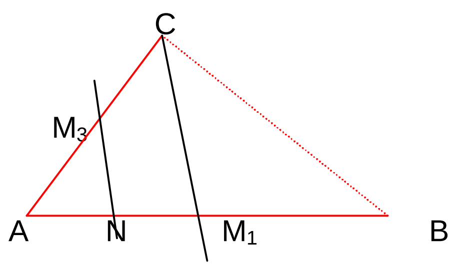
Per il secondo teorema di congruenza dei triangoli si ha:

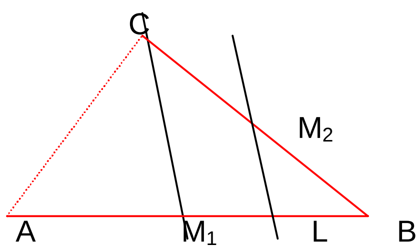
$\triangle IAP = \triangle IAR \quad \Rightarrow \quad IR = IP$

$\triangle IRC = \triangle INC \quad \Rightarrow \quad IR = IN$

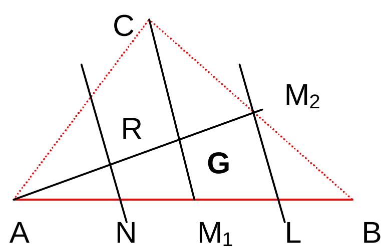
quindi il punto I, essendo equidistante dai lati del triangolo, è il centro della circonferenza inscritta.
L'incentro è sempre interno al triangolo.

***Baricentro* G** = punto di intersezione delle mediane = punto in cui si pensa concentrata la forza peso del triangolo.





Per il th di Talete $AN = NM_1$ $NM_1 = LB$ quindi $AN = NM_1 = M_1L$



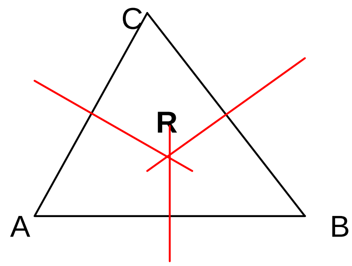
$AN = NM_1 \Rightarrow AR = RG$

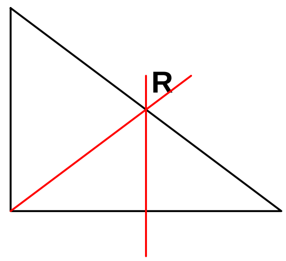
$NM_1 = M_1L \Rightarrow RG = GM_2$

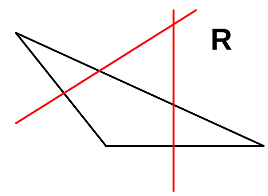
quindi $AR = RG = GM_2 \Leftrightarrow AR = \frac{1}{3} AM_2$

Il baricentro è sempre interno al triangolo.

***Circocentro* R** = punto di intersezione degli assi = centro della circonferenza circoscritta





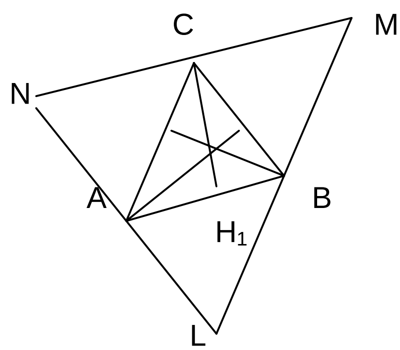


R è esterno al triangolo

$RA = RB = RC = r$

R=M$_{ipotenusa}$

***Ortocentro* O** = punto di intersezione delle altezze.



Poiché $AB // MN \quad \Rightarrow \quad H_1C \perp MN$ e $\left.\begin{array}{l} NC = AB \\ AB = CM \end{array}\right\} \Leftrightarrow NC = CM \qquad CH_1 = asse\ di\ MN$

Allo stesso modo possiamo affermare che le altezze relative ai lati BC e AC sono rispettivamente gli assi di NL e LM.

Quindi *"Conducendo per i vertici di un triangolo le parallele ai suoi lati si ottiene un triangolo il cui circocentro coincide con l'ortocentro del triangolo dato".*