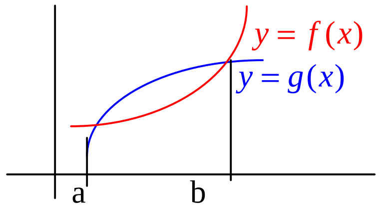
Integrali indefiniti

operazioni	operazioni
$\int 1 dx = x + c$	$\int k\, dx = k\, x + c$
$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \qquad n \neq -1$	$\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{1}{n+1}[f(x)]^{n+1} + c$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x\rvert + c$	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(x) + c$
$\int e^x dx = e^x + c \qquad \int e^{nx} dx = \frac{1}{n} e^{nx} + c$	$\int e^{f(x)} f'(x)\, dx = e^{f(x)} + c$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$\int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$
$\int sen\, x\, dx = -\cos x + c$ $\int sen \alpha x\, dx = -\frac{1}{\alpha} \cos \alpha x + c$	$\int sen\, f(x) \cdot f'(x)\, dx = -\cos f(x) + c$
$\int \cos x\, dx = sen\, x + c$ $\int \cos \alpha x\, dx = \frac{1}{\alpha} sen \alpha x + c$	$\int \cos f(x) \cdot f'(x)\, dx = sen\, f(x) + c$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = tg\, x + c$	$\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = tg\, f(x) + c$
$\int \frac{1}{sen^2 x} dx = -ctg\, x + c$	$\int \frac{f'(x)}{sen^2 f(x)} dx = -ctg\, f(x) + c$
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = arcsen\, x + c$	$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = arcsen\, f(x) + c$
$\int \frac{1}{a+x^2} dx = \frac{\sqrt{a}}{a} arctg \frac{x}{\sqrt{a}} + c$	$\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = tg\, f(x) + c$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = arcsen \frac{x}{a} + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln\left\lvert x + \sqrt{a^2+x^2}\right\rvert + c$
$\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} arcsen \frac{x}{a} + c$	$\int \sqrt{a^2+x^2} dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2+x^2} + \frac{a^2}{2} \ln\left\lvert x + \sqrt{a^2+x^2}\right\rvert + c$

<u>Area della regione di piano</u> delimitata dalle curve di equazione $y = f(x)$ e $y = g(x)$



$$S = \int_a^b [g(x) - f(x)]dx$$

Lunghezza di un arco di curva

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx$$

Se la curva è espressa mediante equazioni parametriche $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}\,dt$$

Volume di un solido

1. Generato dalla rotazione completa, intorno all'asse delle ascisse, dalla curva di equazione $y = f(x)$, definita nell'intervallo $[a;b]$ $\qquad V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$
2. Generato dalla rotazione completa, intorno all'asse delle ordinate, dalla curva di equazione $x = h(y)$, con $c \le y \le d$ $\qquad V = \pi \int_c^d [h(y)]^2 dy$

Integrali impropri

Sia $y = f(x)$ una funzione continua nell'intervallo illimitato $[a;+\infty[$

$$\int_a^{+\infty} f(x)\,dx = \lim_{\tau \to \infty} \int_a^{\tau} f(x)\,dx$$

Se il limite esiste finito l'integrale è convergente e la funzione è integrabile in senso improprio. Tale integrale rappresenta l'area della regione di piano limitata dal grafico della funzione, dalla retta $x = a$ e dall'asse delle ascisse.