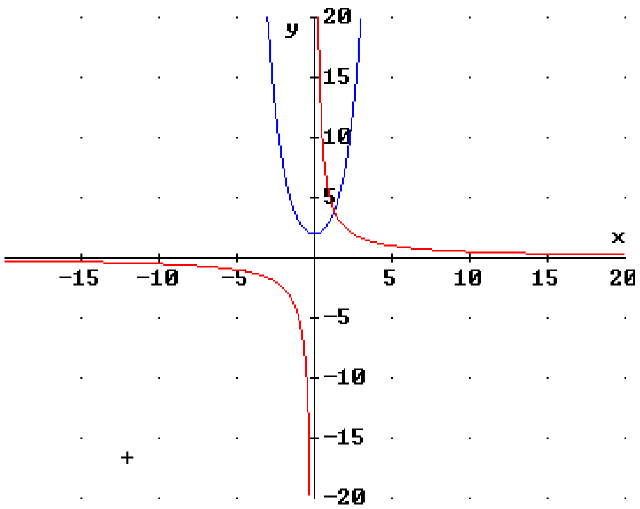
Quesiti per gli esami di maturità

1. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione: $xe^{-x}+xe^{x}-5=0$
2. Determinare l'equazione della cubica $y=f(x)$ sapendo che: $f(1)=0$; $f'(1)=1$; $f''(1)=2$; $f'''(1)=6$
3. Determinare il dominio della funzione $y=\sqrt{2x+1-|x|}$
4. Determinare l'equazione della parabola: $y=x^2+bx+c$ normale in $P(0;4)$ alla retta r di equazione avente coefficiente angolare $\frac{1}{2}$
5. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione $f(x)=\frac{x-1}{x}$ $x\in[1;4]$ che si annulla per $x=2$.

Soluzioni

- 1 poiché l'equazione assegnata equivale a $\frac{1}{e^x}+e^x=\frac{5}{x}$ il numero delle soluzioni è dato dal numero delle soluzioni del sistema: $\begin{cases} y=\frac{5}{x} \\ y=e^x+\frac{1}{e^x} \end{cases}$

Dal grafico delle due curve osserviamo che il sistema ha una sola suzione.



- 2 Essendo $\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ 3a+2b+c=1 \\ 6a+2b=2 \\ 6a=6 \end{cases}$ si ricava: $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \\ d=-1 \end{cases}$ quindi,

  l'equazione della cubica è: $y=x^3-2x^2+2x-1$

- 3 la funzione data è $y=\begin{cases} \sqrt{1+x} & x \geq 0 \\ \sqrt{1+3x} & x>0 \end{cases}$ e il suo dominio si ricava

  dal sistema: $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1+3x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$ $D_f=\left[-\frac{1}{3};+\infty\right[$

- 4 essendo $m_t=y'(0)=a$ e $m_n=\frac{1}{2}$ deve essere:

  $\frac{1}{2} \cdot a=-1 \Rightarrow a=-2$; inoltre, per l'appartenenza di P alla parabola si ricava: $b=4$. Quindi, l'equazione della parabola è: $y=x^2-2x+4$

- 5 Poiché $F(x)=\int \frac{x-1}{x} dx=x-\ln x+c$ e $F(2)=0$ si ricava:

  $2-\ln 2+c=0 \rightarrow c=\ln 2-2$ Quindi: $F(x)=x-\ln x+\ln 2-2$