

QUESITI

Quesito 1

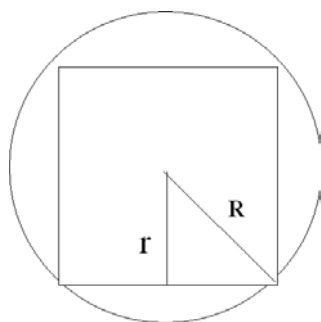
$$a + b = a \cdot b$$

$$b - ab = -a \Rightarrow b = \frac{-a}{1-a} = \frac{a}{a-1}$$

$$\text{Se } a = n \Rightarrow b = \frac{n}{n-1} \text{ per cui: } n + \frac{n}{n-1} = \frac{n(n-1) + n}{n-1} = \frac{n^2}{n-1}$$

$$\frac{n}{n-1} n = \frac{n^2}{n-1}$$

Quesito 2



essendo il cilindro equilatero, si ha:

$$h = 2r$$

$$A_b = \pi r^2, \quad S_l = 4\pi r^2 \Rightarrow S_t = 6\pi r^2$$

Inoltre, essendo $R = r\sqrt{2}$ si ha: $S = 4\pi R^2 = 8\pi r^2$

$$\text{Quindi } \frac{S_{cil}}{S_{sfera}} = \frac{6\pi r^2}{8\pi r^2} = \frac{3}{4}$$

Quesito 3

Poiché la funzione ha un minimo ed un massimo rispettivamente nei punti di ascissa $x = -1$ e $x = 1$ la sua derivata prima si deve annullare in tali punti, deve essere:

$$y' = a(1-x)(1+x)$$

$$y' = a - ax^2$$

quindi:

$$y = \int (a - ax^2) dx = ax - a \frac{x^3}{3} + c$$

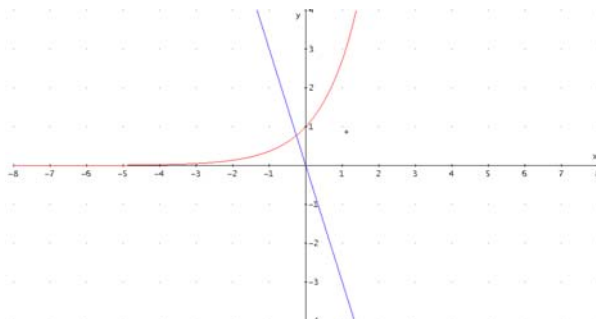
Per le condizioni dettate dal testo avremo:

$$\begin{cases} 2 = -a + \frac{a}{3} + c \\ 3 = a - \frac{a}{3} + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{5}{2} \\ a = \frac{3}{4} \end{cases} \quad y = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$$

Quesito 4

Usando il metodo grafico, poniamo

$$y = e^x \quad y = -3x$$



da cui si evince che l'equazione ammette una sola soluzione reale

Quesito 5

Una possibile espressione di $g(x)$ è $y = \frac{(x+10)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$

Infatti:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x+10)}{(x+2)} = 3 \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{(x+10)(x-2)}{(x+2)(x-2)} & \text{per } x \neq 2 \\ 4 & \text{per } x = 2 \end{cases}$$

Quesito 6

$$f(x) = 3 \ln x \quad g(x) = \ln(2x)^3 = \ln 8 + 3 \ln x$$

poiché le funzioni differiscono tra loro per una costante, avranno la stessa derivata

Quesito 7

Poiché l'area del triangolo è data da

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \delta$$

essa sarà massima quando $\sin \delta = 1$, cioè per $\delta = \frac{\pi}{2}$

Quesito 8

Il grado sessagesimale è la 360^a parte dell'angolo giro

Il grado centesimale è la 400^a parte dell'angolo giro

Il radiante è un arco di lunghezza uguale al raggio della circonferenza alla quale appartiene detto arco.

Quesito 9

Integrando per parti si ha

$$\int \arcsin x dx = x \arcsin x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c$$

$$\text{quindi: } \int_0^1 \arcsin x dx = \left[x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} \right]_0^1 = \arcsin 1 - 1 = \frac{\pi}{2} - 1$$

Quesito 10

Le funzioni di A in B sono le disposizioni con ripetizione di tre elementi di classe 4.

$$\text{Quindi: } D_{3,4}^{(r)} = 3^4 = 81$$