**QUESTIONARIO** **anno 2004**

1. Determina gli asintoti della funzione $y = \ln\left|\dfrac{2x+1}{x-3}\right|$

2. Calcolare il $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\int_0^x \ln(1+t)dt}{x}$

3. Verifica che la curva di equazione $y = \dfrac{1+sen\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{x^4-1}$ è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate.

4. Determinare l'angolo $\gamma$ di un triangolo ABC sapendo che $sen\,\alpha = \frac{1}{3}; \quad \beta = 2\alpha.$

5. Determina il punto in cui il diagramma della funzione $y = x e^{-x}$ ha la tangente parallela all'asse delle ascisse.

Soluzioni

1. Il dominio della funzione è $D = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[ \cup \left]-\frac{1}{2}; 3\right[ \cup \left]3; +\infty\right[$ e i suoi asintoti sono:

   $x = -\frac{1}{2} \qquad \left(\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty\right);$ $\qquad x = 3 \qquad \left(\lim\limits_{x\to 3} f(x) = +\infty\right)$

   $y = \ln 2 \qquad \left(\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \ln 2\right)$

2. Applicando la regola di De L'Hopital si ha: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\int_0^x \ln(1+t)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{1} = \ln 1 = 0$

3. Poiché $y = \dfrac{1+\cos x}{x^4+1}$ si può osservare che $y(-x) = y(x)$

4. Essendo $\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad sen\,\beta = sen\,2\alpha = 2\,sen\,\alpha\cos\alpha = \frac{4}{9}\sqrt{2}$ inoltre

   $\cos\beta = \sqrt{1-\frac{32}{81}} = \frac{7}{9}$ quindi $sen\,\gamma = sen\big(\pi - (\alpha+\beta)\big) = sen(\alpha+\beta)$

   $sen\,\gamma = \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{4}{9}\sqrt{2} = \frac{23}{27}$

5. La tangente è parallela all'asse delle ascisse quando $y' = 0$ Ponendo quindi:

   $e^{-x} - x e^{-x} = 0$ si ricava $e^{-x}(1-x) = 0 \quad x = 1 \quad P(1; e^{-1})$.