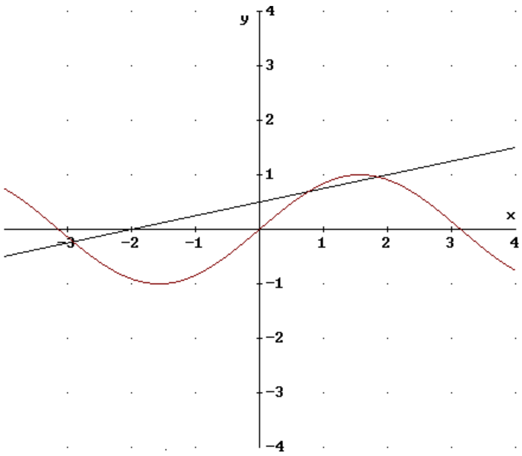
SESTA RACCOLTA

1. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione $x+2-4\,sen\,x=0$ nell'intervallo $[-\pi;\pi]$
2. calcolare i valori di a e b della funzione $f(x)=\begin{cases} a-2b(x+1) & x<0 \\ e^{2ax} & x\geq 0 \end{cases}$ affinché risulti derivabile
3. determinare il punto unito nell'affinità di equazioni $\begin{cases} x'=6-x \\ y'=3-y \end{cases}$
4. stabilire qual è l'intervallo in cui la funzione $y=\ln(x-2)$ è invertibile
5. calcolare i valori di a e b della cubica $y=(a-b+1)x^3-(a+1)x^2-bx+a-b$ affinché risulti simmetrica rispetto all'origine
6. determinare l'equazione cartesiana della curva avente le seguenti equazioni parametriche: $\begin{cases} x=1-sen\,t \\ y=2+\cos t \end{cases}$
7. determinare il centro di simmetria della curva di equazione $y=\dfrac{x+1}{1-x}$
8. stabilire per quali valori di k la retta $y=2x+2$ è secante alle parabole $y=2kx^2+kx$
9. determinare le equazioni della traslazione affinché la parabola $y=\dfrac{1}{2}x^2-x-3$ diventi del tipo $y=k\,x^2$
10. Determinare il centro di simmetria della curva di equazione $y=x^3-4x^2+4x$

SOLUZIONI

n° 1) Risolvendo graficamente il sistema:

$$\begin{cases} y=sen\,x \\ y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2} \end{cases}$$



si deduce che l'equazione ha tre soluzioni nell'intervallo $[-\pi;\pi]$.

n° 2) affinché la $f(x)$ sia continua e derivabile deve essere:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} a-2b(x+1) = \lim\limits_{x\to 0^+} e^{2ax} \\ \lim\limits_{x\to 0^-} -2b = \lim\limits_{x\to 0^+} 2a\,e^{2ax} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a-2b=1 \\ -2b=2a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

n° 3) ponendo $\begin{cases} x=x' \\ y=y' \end{cases}$ si ottiene: $\begin{cases} x=-x+6 \\ y=3-y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

n° 4) poiché $D_f =]2,+\infty[$ e $f'(x)=\dfrac{1}{x-2}$ la funzione risulta strettamente crescente nel suo dominio. Quindi essa è invertibile in $]2,+\infty[$

n° 5) uguagliando a zero i coefficienti dei termini di grado pari e il termine noto si ha:

$$\begin{cases} a+1=0 \\ a-b=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \rightarrow \quad y=x^3+x$$

n° 6) $\begin{cases} sen\,t=1-x \\ \cos t = y-2 \end{cases}$ elevando al quadrato e sommando membro a membro si ha:

$sen^2 t+\cos^2 t=(1-x)^2+(y-2)^2$ e ricordando che $sen^2 t+\cos^2 t=1$ si ricava:

$x^2+y^2-2x-4y+4=0$

che è l'equazione di una circonferenza avente centro in $C(1;2)$ e raggio $r=1$

n° 7) l'iperbole equilatera traslata ha come centro di simmetria il punto di intersezione degli asintoti che hanno equazioni: $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ Quindi: $C(1;-1)$

n° 8) Dal sistema: $\begin{cases} y=2kx^2+kx \\ y=2x+2 \end{cases}$ si ricava: $2kx^2+(k-2)x-2=0$

Imponendo $\Delta>0$ si ottiene: $(k-2)^2-16k>0$ si ha:

$k<10-4\sqrt{6} \quad \vee \quad k>10+4\sqrt{6}$

n° 9) Essendo $V\left(1;-\dfrac{7}{2}\right)$ si effettua una traslazione di equazioni: $\begin{cases} x=X+1 \\ y=Y-\dfrac{7}{2} \end{cases}$ e si ottiene: $Y-\dfrac{7}{2}=(X+1)^2-(X+1)-3$ da cui $Y=\dfrac{1}{2}X^2$

n° 10) Il centro di simmetria di una cubica è il suo punto di flesso.

Essendo: $y''=6x-8$ si ricava: $F\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{16}{27}\right)$