<u>Terza serie</u>

1) Da un quadrato di cartone di lato 96 cm si vuole ricavare, ritagliando dai suoi quattro vertici quattro quadrati uguali e ripiegando opportunamente i lembi, una scatola aperta, a base quadrata, di capacità massima. Determinarne il volume in litri.

2) Determinare a e b in modo che la curva di equazione $y=\dfrac{ax^2+bx+3}{x-2}$ abbia per asintoto obliquo la retta $y=2x-1$.

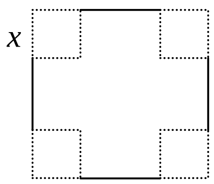
3) Determinare il dominio della funzione $y=\log_5 \log_3(9x-14x^2)$.

4) Determinare gli asintoti della curva di equazione $y=e^{\frac{x+2}{2-x}}$

5) Determinare il valore di x per cui la funzione $y=\ln x$ assume nell'intervallo $[1;2]$ il valore medio.

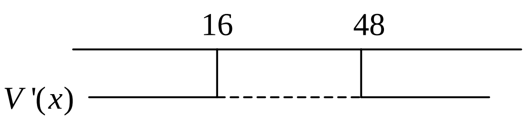
Soluzioni

n° 1



essendo $V=A_b\cdot h$ si ha: $V(x)=(96-2x)^2\cdot x \qquad (0<x<48)$

$V'(x)=12x^2-768x+9216$



$V_{\max}$ per $x=16$ quindi $V_{\max}=(96-32)^2\cdot 16=65.536\,l$

n° 2

Dall'equazione dell'asintoto osserviamo che $m=2$ e $q=-1$

quindi

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2+bx+3}{x^2-2x}=2 \quad\Rightarrow\quad a=2$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x^2+bx+3}{x-2}-2x\right)=-1 \quad\Rightarrow\quad \lim_{x\to\infty}\frac{bx+3+4x}{x-2}=-1 \quad\Rightarrow\quad b=-5$$

n° 3

Dal sistema: $\begin{cases}\log_3\left(-14x^2+9x\right)>0\\ -14x^2+9x>0\end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}-14x^2+9x>1\\ 14x^2-9x<0\end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}\dfrac{1}{7}<x<\dfrac{1}{2}\\ 0<x<\dfrac{9}{14}\end{cases}$

si ricava: $D_f = \left]\frac{1}{7};\frac{1}{2}\right[$

n° 4

Essendo $D_f =]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ calcoliamo:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=e^{-1} \quad\Rightarrow\quad y=\dfrac{1}{e}$ asintoto orizzontale; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=e^{+\infty}=+\infty;\ \ x=2$ asintoto verticale

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=e^{-\infty}=0$

n° 5

$$v_m=\frac{\int_1^2 \ln x\,dx}{2-1}=2\ln 2-2+1=2\ln 2-1$$

sostituendo questo valore in $y=\ln x$ si ricava:

$$2\ln 2-1=\ln x \quad\Rightarrow\quad \ln x=\ln 4-\ln e \quad\Rightarrow\quad x=\frac{4}{e}$$