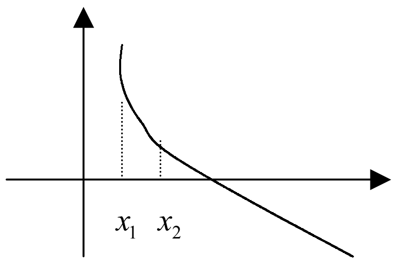
Disequazioni logaritmiche

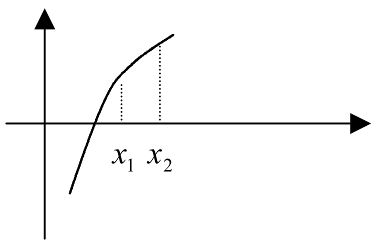
Per risolvere una disequazione logaritmica del tipo $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ occorre considerare i seguenti casi:

1. Se $0 < a < 1$ la funzione risulta strettamente decrescente. Dal grafico è facile osservare



$\log_a x_1 > \log_a x_2 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 < x_2$ Quindi, per risolvere la disequazione $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ si pone $f(x) < g(x)$

2. Se $a > 1$ la funzione risulta strettamente crescente. Dal grafico è facile osservare

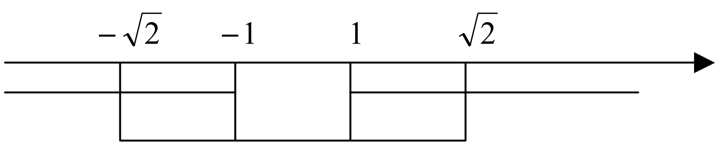


$\log_a x_1 < \log_a x_2 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 < x_2$. Quindi, per risolvere la disequazione $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ si pone $f(x) > g(x)$.

E' bene osservare in entrambi i casi che le soluzioni devono appartenere al campo di esistenza di $f(x) \quad e \quad g(x)$.

Esempi

- Data la disequazione $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 1\right) > 0$ determiniamo innanzi tutto il campo di esistenza della funzione ponendo $\left(x^2 - 1\right) > 0$ da cui otteniamo $-1 < x \quad \vee \quad x > 1$. Risolviamo adesso la disequazione $\left(x^2 - 1\right) < 1$. Dalla quale si ha: $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$.



Quindi $S : \left]-\sqrt{2};-1\right[\cup \left]1;\sqrt{2}\right[$.

- Data la disequazione $\log\left(2x^2-5x+3\right)<0$ determiniamo il campo di esistenza della funzione ponendo $\left(2x^2-5x+3\right)>0$. Da questa ricaviamo $x<1 \quad \vee \quad x>\frac{3}{2}$.

E, risolvendo la disequazione $\left(2x^2-5x+3\right)<1$, otteniamo $\frac{1}{2}<x<2$. Quindi $\frac{1}{2}<x<1 \ \vee \ \frac{3}{2}<x<2$, infatti