

L' Equazione di secondo grado

E' un'equazione del tipo: $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \quad (1)$

§ Se $c = 0$; $b \neq 0$ la (1) si dice **spuria** e assume la forma: $ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0$.

Le sue soluzioni sono: $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{b}{a}$.

§ Se $b = 0$; $c \neq 0$ la (1) si dice **pura** e assume la forma: $ax^2 + c = 0$. Le sue soluzioni sono

opposte e sono date da: $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$.

§ Se $b = 0$; $c = 0$ la (1) si dice monomia di secondo grado e assume la forma $ax^2 = 0$. Le sue soluzioni sono entrambe nulle.

Per risolvere un'equazione di secondo grado **completa** operiamo come segue:

dividiamo la (1) per a $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$, aggiungiamo e togliamo $\frac{b^2}{4a^2}$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$ poiché i primi tre termini formano il quadrato di $x + \frac{b}{2a}$

scriveremo:

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0$ da cui ricaviamo:

$\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Considerazioni sull'equazione di secondo grado:

1. Se $\Delta > 0$ l'equazione possiede due soluzioni reali distinte.

2. Se $\Delta = 0$ " " " " " coincidenti $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

3. Se $\Delta < 0$ " non ha soluzioni reali.

Relazioni intercorrenti tra i coefficienti a, b, c e le radici x_1, x_2 di un'equazione di secondo grado.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$