# Equazioni parametriche di secondo grado

Diciamo che un'equazione di secondo grado è parametrica quando i suoi coefficienti dipendono da uno o più parametri (lettere variabili).
Per risolvere i problemi riguardanti le equazioni parametriche di secondo grado è necessario ricordare le relazioni che esistono tra i coefficienti dell'equazione e le sue radici, cioè: $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$; $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ .
Analizziamo, qui di seguito, i casi più ricorrenti che contengono un solo parametro.

Data l'equazione: $2x^2 + (2k-1)x + k - 1 = 0$ (1)
determina il valore del parametro $k$ affinché:

a) $x_1 = 2$ Sostituiamo questo valore nella (1) e otteniamo: $8 + (2k-1)\cdot 2 + k - 1 = 0 \Rightarrow k = -1$ Verifichiamo adesso che per $k = -1$ la (1) ha una soluzione uguale a 2. Infatti $2x^2 - 3x - 2 = 0$; $x = \frac{3 \pm 5}{4}$ $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = 2$

b) $x_1 = -\frac{1}{x_2} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = -1$ in questo caso poniamo: $\frac{c}{a} = -1$ ovvero $\frac{k-1}{2k-1} = -1$ e otteniamo $k = \frac{2}{3}$;

c) **una soluzione sia nulla**. Ricordando che un'equazione di secondo grado ha una soluzione nulla quando è **spuria** $(c = 0)$, poniamo $k - 1 = 0$ e ricaviamo $k = 1$

d) l'equazione abbia radici reali distinte. In tal caso $\Delta > 0$ ovvero $(2k-1)^2 - 8(k-1) > 0$ da cui ricaviamo: $(2k-3)^2 > 0 \Rightarrow \forall k \in$ ß $- \left\{\frac{3}{2}\right\}$

e) l'equazione abbia radici reali coincidenti $\Delta = 0$ *per* $k = \frac{3}{2}$

f) l'equazione abbia **radici opposte** In tal caso l'equazione deve essere **pura** $(b = 0)$ per cui: $2k - 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

g) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 2 \Leftrightarrow \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = 2 \Leftrightarrow -\frac{b}{c} = 2$ $-\frac{2k-1}{k-1} = 2 \Rightarrow k = 1.$

h) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1}{4}$ Poiché $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$ scriviamo: $\frac{(2k-1)^2 - 4(k-1)}{4} = \frac{1}{4}$ e otteniamo $k = 1$

i) $x_1^3 + x_2^3 = \frac{7}{8}$ Poiché $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\frac{c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right) = \frac{3abc - b^3}{a^3}$ poniamo: $\frac{6(2k-1)(k-1) - (2k-1)^3}{8} = \frac{7}{8} \Rightarrow k = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{2}$.