Equazioni in modulo

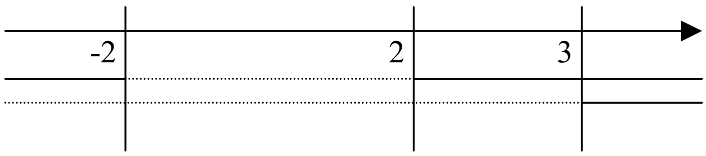
Per risolvere un'equazione in cui l'incognita è presente in modulo, è opportuno richiamare il significato di valore assoluto di un numero reale α.

Quando usiamo la scrittura $|\alpha|$ intendiamo indicare il valore del numero α senza considerarne il segno; ovvero $|\pm\alpha| = \alpha$.

Poiché la quantità espressa in modulo può essere positiva o negativa, le soluzioni dell'equazione $|\varphi(x)| = \alpha$ sono date dalle soluzioni delle equazioni:

$\varphi(x) = \alpha$ e $\varphi(x) = -\alpha$.

Quando l'incognita compare più volte in modulo come nel seguente esempio:
$|x^2 - 4| - |x - 3| = x - 1$ occorre considerare i segni delle espressioni date in valore assoluto.
Nel caso in esame sappiamo che:
la prima quantità $x^2 - 4 \geq 0$ è verificata quando $x \leq -2$ e $x \geq 2$
e la seconda quantità $x - 3 \geq 0$ quando $x \geq 3$.
Riassumendo graficamente i risultati ottenuti:



osserviamo che l'asse x resta diviso in quattro intervalli, per cui le soluzioni dell'equazione assegnata sono date dai sistemi:

$\begin{cases} x < -2 \\ x^2 - 4 + x - 3 = x - 1 \end{cases}$ da cui si accetta solo: $x = -\sqrt{6}$

$\begin{cases} -2 \leq x < 2 \\ -x^2 + 4 + x - 3 = x - 1 \end{cases}$ " si ottiene: $x = \pm\sqrt{2}$

$\begin{cases} 2 \leq x < 3 \\ x^2 - 4 + x - 3 = x - 1 \end{cases}$ " si accetta: $x = \sqrt{6}$

$\begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 4 - x + 3 = x - 1 \end{cases}$ che non dà soluzioni accettabili.