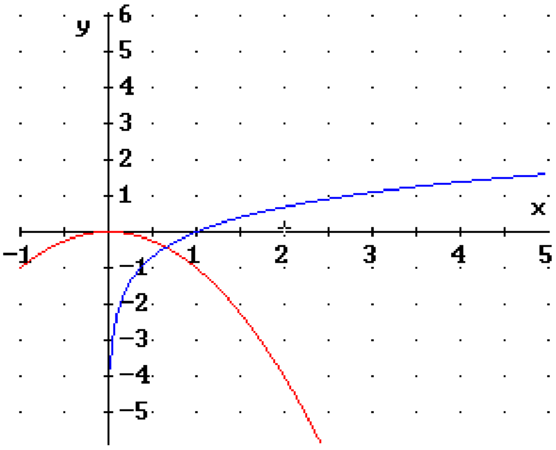
Numero delle soluzioni di particolari equazioni

In alcuni problemi viene richiesta l'esistenza delle soluzioni di un'equazione, il numero di tali soluzioni e gli intervalli in cui esse si trovano.
Per renderci conto di come procedere consideriamo i seguenti esempi:

1) **Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione** $x^2+\ln x=0$ e indicare in modo approssimato a quale intervallo appartengono.

Poiché l'equazione può essere scritta $-x^2=\ln x$ le soluzioni sono le ascisse dei punti di intersezione delle curve di equazione: $\begin{cases} y=\ln x \\ y=-x^2 \end{cases}$

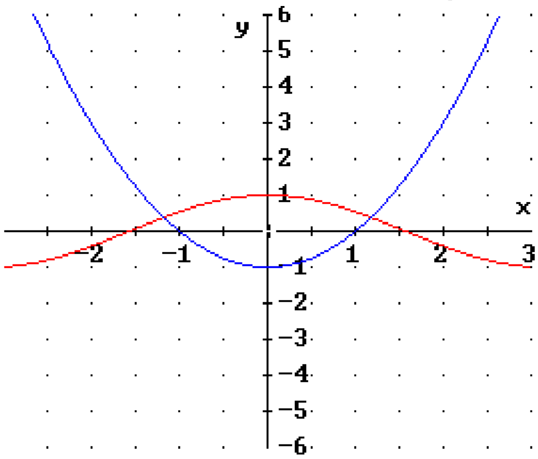
Tracciando i grafici di tali curve



deduciamo che l'equazione ha una sola soluzione e questa appartiene all'intervallo $\left]\frac{1}{2};1\right[$

2) A volte, quando si deve effettuare lo studio di particolari funzioni, vengono richiesti gli zeri della funzione e gli intervalli in cui essa risulta positiva o negativa. In questi casi occorre adoperare il metodo grafico

Determinare gli zeri e il segno della funzione $1+\cos x-x^2=0$ In questo caso tracciamo i grafici delle curve di equazione: $\begin{cases} y=\cos x \\ y=x^2-1 \end{cases}$



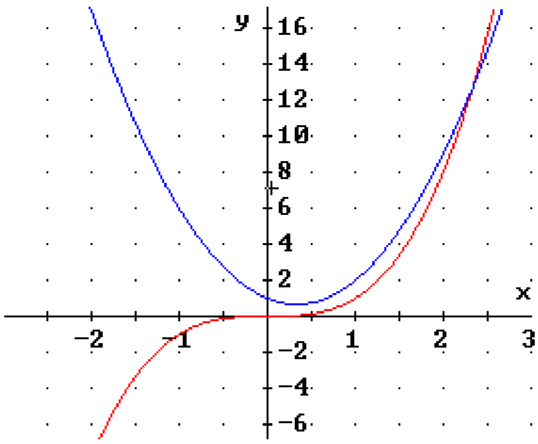
Dalla lettura del grafico possiamo affermare che la funzione ha due zeri

$x_1\in\left]-1,5;-1\right[\ \ e\ \ x_2\in\left]1;1,5\right[$

e che

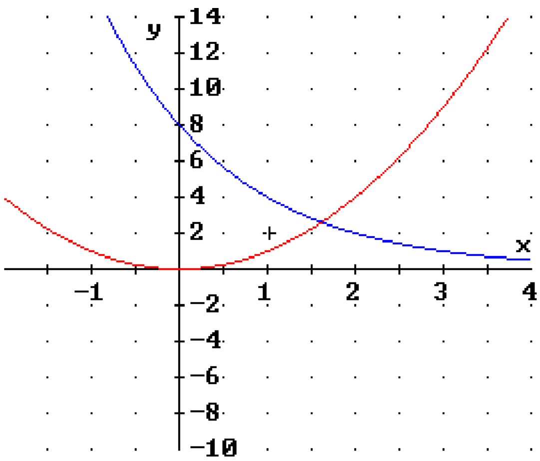
$f(x)>0$ quando $x_1<x<x_2$

3) **Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione** $x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$ e indicare in modo approssimato a quale intervallo appartengono.



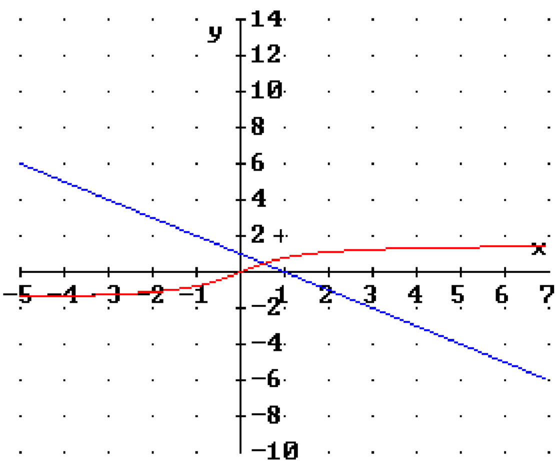
Dalla lettura dei grafici
$y = x^3 \quad e \quad y = 3x^2 - 2x + 1$
possiamo dedurre che l'equazione ha una soluzione $x \in \left]2;2,5\right[$

4) **Determinare gli zeri e il segno della funzione** $f(x) = 2^{3-x} - x^2$



Dalla lettura dei grafici $y = 2^{3-x} \quad e \quad y = x^2$ possiamo dedurre che l'equazione ha uno zero $x_1 \in \left]1,5;2\right[$ e che $f(x) > 0$ per $x > x_1$.

5) **Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione** $x - 1 + arctg\, x = 0$ e indicare in modo approssimato a quale intervallo appartengono.



Dalla lettura dei grafici
$y = arctg\, x \quad e \quad y = 1 - x$
possiamo dedurre che l'equazione ha una soluzione $x \in \left]0;1\right[$