

## Esercizi sull'ellisse

1. Determina l'equazione dell'ellisse avente i vertici nei punti d'intersezione della retta  $r: x-2y+4=0$  con gli assi cartesiani.

I punti in cui la retta  $r$  interseca gli assi sono dati dai sistemi:

$$\begin{cases} x-2y+4=0 \\ y=0 \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} x-2y+4=0 \\ x=0 \end{cases} \quad \text{che forniscono: } A(-4,0) \text{ e } B(0,2) \text{ Quindi,}$$

sostituendo in  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   $a=4$  e  $b=2 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

2. Determina l'equazione dell'ellisse avente i fuochi in  $(\pm 4,0)$  e l'eccentricità  $e = \frac{1}{2}$

Essendo  $c=4$  e  $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$  ricaviamo  $a=8$  quindi

$$b^2 = a^2 - c^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \quad \text{L'equazione dell'ellisse è: } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$$

3. Stabilire per quali valori di  $k$  l'equazione  $\frac{x^2}{k} + \frac{y^2}{2-k} = 1$   $k \in \mathbb{R}$  rappresenta un'ellisse; è una circonferenza; ha i fuochi sull'asse  $y$ ; ha un fuoco nel punto  $F(0,1)$ .

Affinché sia un'ellisse  $\begin{cases} k > 0 \\ 2-k > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < k < 2$

È una circonferenza quando  $k = 2-k \Rightarrow k = 1$

Ha i fuochi sull'asse  $y$  se  $2-k > k \Rightarrow 0 < k < 1$

Ha un fuoco in  $F(0,1)$   $(2-k)-k=1$   $k = \frac{1}{2}$  (ricorda infatti che  $b^2 - a^2 = c^2$ )

4. Determina l'equazione dell'ellisse passante per i punti  $P(-1,1)$   $Q\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

Per l'appartenenza dei punti all'ellisse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{4a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \\ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 36a^2 + b^2 = 4a^2b^2 \\ a^2 + b^2 = a^2b^2 \end{cases} \quad \text{sottraendo membro a membro si ha:}$$

$$\begin{cases} 35 = 3b^2 \\ a^2 + b^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = \frac{35}{3} \\ a^2 = \frac{35}{32} \end{cases} \Rightarrow 32x^2 + 3y^2 = 35$$