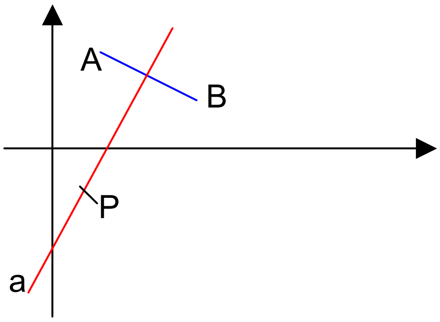
# LUOGHI GEOMETRICI

Ricordiamo che il luogo geometrico è un insieme di punti che godono di una determinata proprietà. I più noti luoghi geometrici sono: la circonferenza, l'asse di un segmento, la bisettrice di un angolo.

- Luogo dei punti del piano equidistanti dagli estremi del segmento $\overline{AB}$.

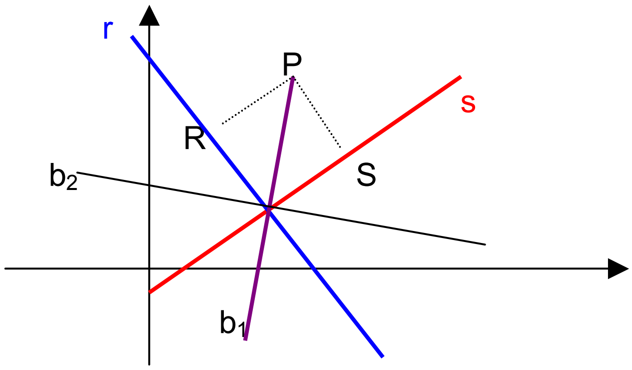
Se $A(x_1;y_1)$ $e$ $B(x_2;y_2)$ sono gli estremi del segmento e $P(x;y)$ il generico punto dell'asse a,




essendo $\overline{PA}=\overline{PB}$ possiamo scrivere: $\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}=\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}$
Elevando ambo i membri al quadrato otteniamo l'equazione dell'asse.

- Bisettrice di un angolo: luogo dei punti del piano equidistanti dai lati lati dell'angolo.

Siano $r:\ ax+by+c=0$ ed $s:\ a'x+b'y+c'=0$ le rette che formano gli angoli e $P(x;y)$ il generico punto di una delle due bisettrici,



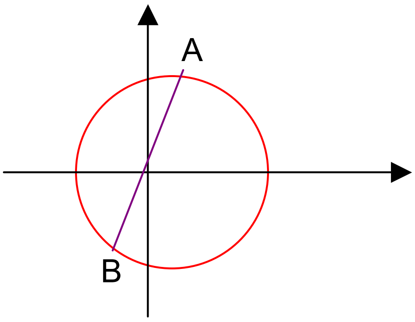

Dovendo essere $\overline{PR}=\overline{PS}$ possiamo scrivere l'equazione: $\dfrac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|a'x+b'y+c'|}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$

che equivale alle equazioni: $(ax+by+c)\dfrac{\sqrt{a'^2+b'^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}=\pm(a'x+b'y+c')$

Esse rappresentano le equazioni delle due bisettrici.

- Luoghi geometrici dipendenti da un parametro

Consideriamo questo caso facendo riferimento al seguente esercizio:
Data la circonferenza $\gamma: \ x^2+y^2-2x-3=0$ determinare il luogo descritto dal punto medio M della generica corda passante per l'origine.




Per deteminare i punti A e B consideriamo il sistema: $\begin{cases} x^2+y^2-2x-3=0 \\ y=mx \end{cases}$

e ricaviamo $(1+m^2)x^2-2x-3=0$ da cui

$$x=\frac{1\pm\sqrt{\Delta}}{1+m^2} \qquad \frac{\Delta}{4}=4+3m^2$$

$$y=m\left(\frac{1\pm\sqrt{\Delta}}{1+m^2}\right)$$

Il punto medio M della generica corda avrà coordinate: $\begin{cases} x_M=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1+\sqrt{\Delta}}{1+m^2}+\dfrac{1-\sqrt{\Delta}}{1+m^2}\right) \\ y=\dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{1+\sqrt{\Delta}}{1+m^2}+\dfrac{1-\sqrt{\Delta}}{1+m^2}\right) \end{cases}$

Le equazioni parametriche del luogo sono quindi: $x=\dfrac{1}{1+m^2}$ $\quad y=\dfrac{m}{1+m^2}$

Ricavando il parametro $m$ dalla prima e sostituendo nella seconda otteniamo l'equazione algebrica del luogo: $x^2+y^2-x=0$.