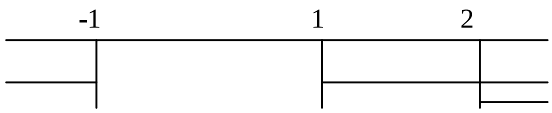
Studiare l'andamento della seguente funzione irrazionale $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{x - 2}}$

- Dominio

  La funzione esiste quando $\dfrac{x^2 - 1}{x - 2} \geq 0$ Osservando lo schema:



  si deduce che deve essere: $-1 \leq x \leq 1 \quad \vee \quad x > 2$ Quindi $D_f = [-1;1] \cup]2;+\infty[$

- Segno ed eventuali intersezioni con gli assi cartesiani.
  E' facile osservare che la funzione è sempre positiva nel suo campo di esistenza. Inoltre il grafico della funzione interseca l'asse delle ascisse nei punti $A(-1;0)$ $B(1;0)$ e l'asse delle ordinate nel punto $C\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

- Comportamento della funzione agli estremi del campo di esistenza.
  La funzione ha l'asintoto orizzontale $x = 2$ infatti $\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$.

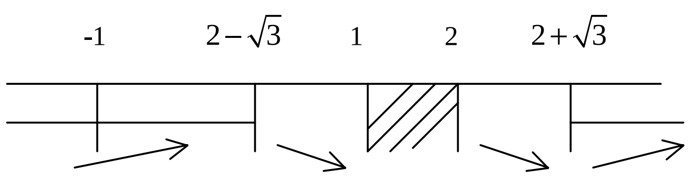
  Inoltre, essendo $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, verifichiamo se la funzione ha l'asintoto obliquo.

  Poiché $m = \lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ $f(x)$ non ha altri asintoti.

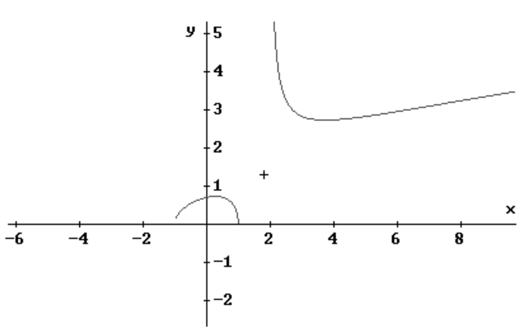
- Ricerca degli estremi relativi mediante il segno della derivata prima:

  $$y' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2-x}{x^2-1}}\,\frac{2x(x-2) - x^2 + 1}{(x-2)^2} \Rightarrow y' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2-x}{x^2-1}}\,\frac{x^2 - 4x + 1}{(x-2)^2}$$

  $f'(x) > 0$ quando $x^2 - 4x + 1 > 0$ che fornisce $x < 2 - \sqrt{3} \vee x > 2 + \sqrt{3}$



Dai risultati ottenuti ricaviamo



l'andamento approssimativo del grafico della funzione