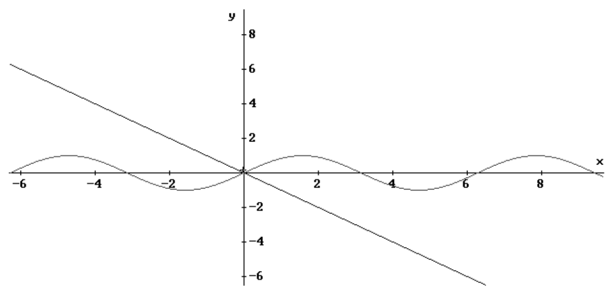
Studiare la funzione goniometrica $f(x) = x + sen\,x$

- Dominio - $D_f = \forall x \in \mathbb{R} \quad \Leftrightarrow \quad]-\infty;+\infty[$
- Segno - La funzione è positiva quando $x + sen\,x > 0 \quad \Leftrightarrow \quad sen\,x > -x$ Questa disequazione va risolta graficamente. Infatti, ponendo $y = -x$ si ottiene il sistema $\begin{cases} y = -x \\ sen\,x > y \end{cases}$ che determina il seguente grafico:



da cui si osserva che l'ordinata della funzione seno supera quella della retta per $x > 0$. Inoltre $f(x) = 0$ per $x = 0$

- Essendo $f(-x) = -x + sen(-x) = -x - sen\,x = -(x + sen\,x) = -f(x)$ la funzione è simmetrica rispetto all'origine.
- Per determinare gli eventuali punti di massimo e di minimo relativi e i flessi della funzione utilizziamo il metodo delle derivate successive:
  Essendo $y' = 1 + \cos x$, $y' = 0$ per $x = \pi$ e $y''(\pi) = 0$
  Il punto $P(\pi;\pi)$ è un punto di flesso e la tangente inflessionale ha equazione $y = \pi$.

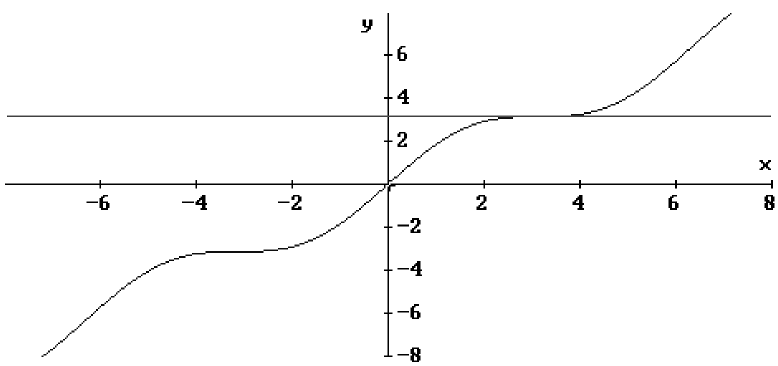


grafico della funzione

Nota: come si determina il periodo T della funzione goniometrica $y = sen(mx)$

Poiché il periodo della funzione seno è 2π deve essere:

$sen[m(x+T)] = sen(mx + 2\pi)$

per cui $mx + mT = 2\pi + mx \quad \Rightarrow \quad T = \dfrac{2\pi}{m}$