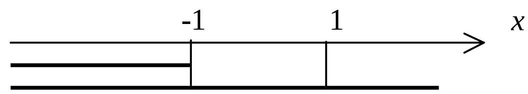
Studiare la seguente funzione razionale intera $\quad y = -x^3 + x^2 + x - 1$

- *Dominio*: la funzione esiste $\forall x \in \mathbb{R}$. Essa è continua e derivabile nel suo dominio;
- *Segno della funzione ed eventuali punti di intersezione con gli assi*:
  consideriamo $-x^3 + x^2 + x - 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -(x+1)(x-1)^2 \geq 0$ e otteniamo:



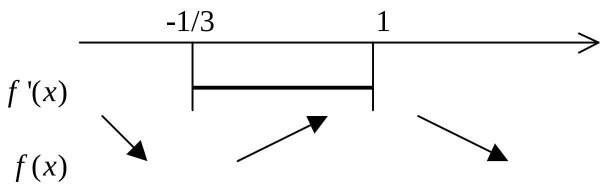
$$f(x) > 0 \quad \forall x \in \left]-\infty; -1\right[$$

quindi
$$f(x) = 0 \quad per \quad x = \pm 1$$
$$f(x) < 0 \quad \left]-1;1\right[\cup \left]1:+\infty\right[$$

ed essendo $y = -1 \quad per \quad x = 0$ la curva interseca l'asse y nel punto $A(0;-1)$

- *Estremi relativi*
  per determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente o decrescente studiamo il segno di $\quad f'(x) = -3x^2 + 2x - 1$

  essendo $\quad -3x^2 + 2x - 1 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x^2 - 2x + 1 \leq 0 \quad$ si ha:



osserviamo che la $f(x)$ ha un punto di minimo relativo in $B\left(-\frac{1}{3}; -\frac{32}{27}\right)$ e un punto di massimo relativo in $M\left(1;0\right)$;

- *Concavità e convessità*

Studiamo il segno di $\quad f''(x) = -6x + 2$

$$f''(x) > 0 \quad per \quad x < \frac{1}{3}$$
$$f''(x) = 0 \quad per \quad x = \frac{1}{3} \quad \text{(flesso)} \quad F\left(\frac{1}{3}; -\frac{16}{27}\right)$$
$$f''(x) < 0 \quad per \quad x > \frac{1}{3}$$

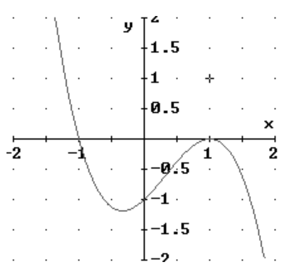


grafico della funzione