Equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ nel punto $P(x_0; y_0)$.

Poiché una generica retta passante per P ha equazione $y - y_0 = m(x - x_0)$, affinché essa risulti tangente alla parabola determiniamo l'equazione risultante dal sistema:

$$\begin{cases} y_0 = a{x_0}^2 + bx_0 + c \\ y - (a{x_0}^2 + bx_0 + c) = m(x - x_0) \end{cases}$$

e poniamo la condizione $\Delta = 0$

Dal sistema ricaviamo:

$$ax^2 + bx + c - a{x_0}^2 - bx_0 - c - mx + mx_0 = 0$$

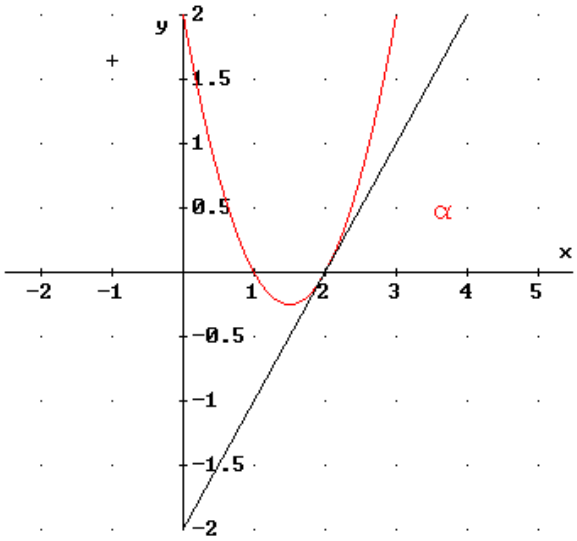
$$ax^2 + (b - m) - a{x_0}^2 - bx_0 + mx_0 = 0$$

$$\Delta = (b - m)^2 - 4a\left(-a{x_0}^2 - bx_0 + mx_0\right)$$

$$m^2 - 2m(2ax_0 + b) + (2ax_0 + b)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \left[m - (2ax_0 + b)\right]^2 = 0$$

Quindi, il coefficiente angolare della retta tangente alla parabola nel punto $P(x_0; y_0)$ è $m = 2ax_0 + b$

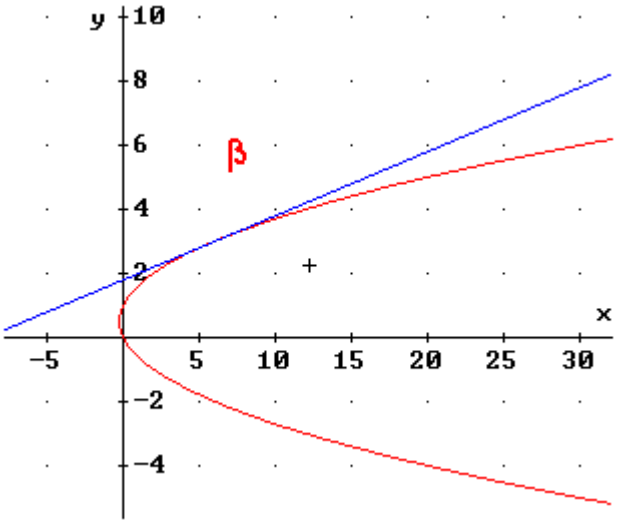
(che è la derivata di $y = ax^2 + bx + c$ calcolata in x_0 e fornisce la tangente dell'angolo α formato da t con il semiasse positivo delle ascisse.)



OSSERVAZIONE

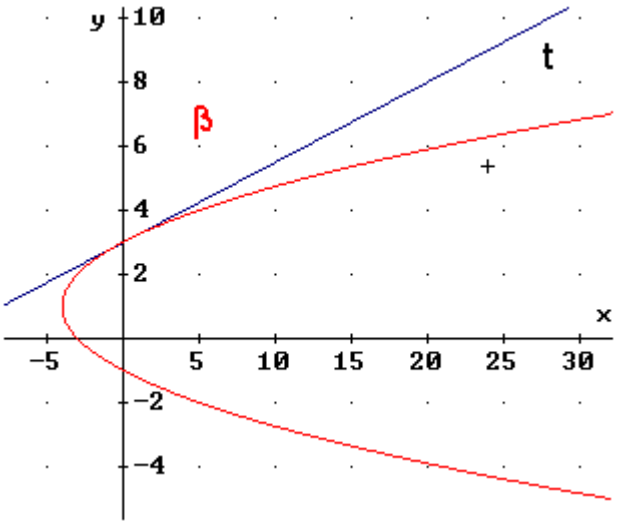
Se la parabola ha equazione $x = ay^2 + by + c$ (1)
l'espressione $2ay_0 + b$ rappresenta la tangente dell'angolo β formato dalla retta t e dal semiasse positivo delle ordinate. Quindi, per determinare il coefficiente angolare della

retta tangente alla parabola (1) si calcola la tangente dell'angolo complementare $m = tg\,(90^0 - \beta) = ctg\,\beta = \dfrac{1}{tg\,\beta} = \dfrac{1}{2ay_0 + b}$



Esempio

Determinare l'equazione della retta t tangente alla parabola $x = y^2 - 2y - 3$ nel punto $A(0;3)$

essendo $x' = 2y - 2$ si ha: $x'(3) = 4$ e $(tg\,\beta = 4)$

quindi $m_t = ctg\,\beta = \dfrac{1}{tg\,\beta} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow y - 3 = \dfrac{1}{4}(x - 0) \qquad y = \dfrac{1}{4}x + 3$