ESERCIZI PROPOSTI

1 Indicare il valore del seguente **limite**: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-2x^2+2x-1}{x^3-7x^2+7x-1}$ $a)+\infty$; $b)$ *non esiste*; $c)\,1$; $d)\,\frac{2}{7}$

2 Calcolare gli eventuali punti di **massimo e di minimo relativo** della funzione $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}x^2$

3 Calcolare gli eventuali punti di **massimo e di minimo relativo** della seguente funzione: $f(x)=\frac{x-1}{x^2}$.

4 Per quali valori di a, b è applicabile il teorema di **Lagrange** alla funzione $f(x)=\begin{cases}x^2+ax & per\ -1\le x\le 0\\ b+e^x & per\ 0<x\le 1\end{cases}$

5 Verificare se è possibile applicare alla funzione $f(x)=\begin{cases}x^3-1 & -1\le x\le 0\\ x-1 & 0<x\le 1\\ \ln x & 1<x\le 2\end{cases}$ il teorema di **Lagrange** e, nel caso affermativo, trovare i punti.

6 Determinare per quale valore del parametro $a\in\Re$ la funzione $f(x)=x^2-3ax+2$, con $x\in[-1;0]$, soddisfa le ipotesi del teorema di **Rolle**.

7 Dire per quale valore di $k\in R$ è applicabile il teorema di **Rolle** alla funzione: $f(x)=x^2+4ax+5\ \ per\ \ x\in[0,1]$ e determinare i punti in cui è verificato.

8 Data la funzione $f(x)=\begin{cases}ax+b & 0\le x\le 1\\ \ln x & 1<x\le 2\end{cases}$ Determinare per quali valori reali di a e b è applicabile il teorema di **Lagrange**.

9 Determinare $\alpha\in R$ in modo che la retta **tangente** al grafico della curva di equazione $f(x)=\mathrm{arctg}(x-2)+\alpha x-\alpha^2$ abbia coefficiente angolare uguale a 1 nel punto $x_0=0$.

10 Determinare il **campo di esistenza** e calcolare la derivata prima della funzione: $f(x)=\frac{\ln(e^x-1)}{x}+\mathrm{arctg}\sqrt{x^2-x}$

SOLUZIONI

1 C

2 Massimo per $x=1$ minimo per $x=-1$

3 Massimo per $x=2$ minimo per $x=0$

4 $a=1 \quad b=0$

5 $SI \quad x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

6 $a=-\frac{1}{3}$

7 $a=-\frac{1}{4} \qquad x=\frac{1}{2}$

8 $a=1 \qquad b=0$

9 $\alpha=\frac{4}{5}$

10 $[1;+\infty[\qquad f'(x)=\frac{e^x}{x\left(e^x-1\right)}-\frac{\ln\left(e^x-1\right)}{x^2}+\frac{2x-1}{2\left(x^2-x+1\right)\sqrt{x^2-x}}$.