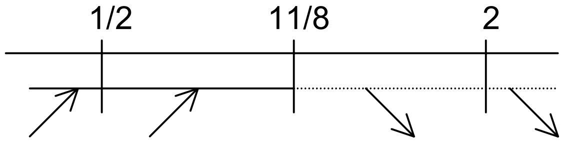
<u>Quesito 6</u>

Essendo $f(x)$ continua in $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ per il teorema di Weierstrass ammette valore minimo e massimo assoluti.
Studiamo il segno della derivata prima: $f'(x) = 2(2x-1)^6(4-2x)^4(33-24x)$



osserviamo che nei punti di flesso $f\left(\frac{1}{2}\right) = f(2) = 0$ la $f(x)$ assume il minimo assoluto, mentre assume il massimo assoluto nel punto $x = \frac{11}{8}$.

<u>Quesito 7</u>

Integrando per parti si ottiene: $f(x) = \left[t \ln t - t\right]_x^{x+1} = (x+1)\ln(x+1) - 1 - x\ln x$
e derivando $f'(x) = \ln\frac{x+1}{x}$.

<u>Quesito 8</u>

Essendo la $f(x)$ continua in $[1,3]$ e derivabile in $]1,3[$ si può applicare il teorema di Lagrange per cui $\frac{f(3)-f(1)}{2} = f'(c)$. Sostituendo $f(1)=1$ si ha: $f(3) = 2f'(c)+1$.
Poiché $0 \le f'(c) \le 2$
$f'(c) = 0 \quad \Rightarrow \quad f(3) = 1$
$f'(c) = 2 \quad \Rightarrow \quad f(3) = 5$ quindi $1 \le f(3) \le 5$.

<u>Quesito 9</u>

L'alternativa corretta è la B Infatti la funzione esiste quando $\begin{cases} x^2 - 1 \ge 0 \\ 1 - x^2 \ge 0 \end{cases}$ $D_f = \{-1;1\}$.

<u>Quesito 10</u>

Posto $2x = t$ si ha $dx = \frac{1}{2}dt$; inoltre $\begin{matrix} x=0 & \Rightarrow & t=0 \\ x=3 & \Rightarrow & t=6 \end{matrix}$ quindi $\int_0^3 f(2x)dx = \frac{1}{2}\int_0^6 f(t)dt = \frac{1}{2}b$

E, per le posizioni dettate, si ricava: $\frac{1}{2}b = \ln 2$ (1)

Poiché $\begin{matrix} x=1 & \Rightarrow & t=2 \\ x=3 & \Rightarrow & t=6 \end{matrix}$ si ha inoltre $\int_1^3 f(2x)dx = \frac{1}{2}\int_2^6 f(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^6 f(t)dt - \int_0^2 f(t)dt = \frac{1}{2}(b-a)$

Quindi $b - a = 2\ln 4$ che associata alla (1) fornisce: $b = \ln 4 \quad a = \ln\frac{1}{4}$.