

Seconda raccolta di quesiti a risposta aperta anno 2003

1. Dopo aver spiegato perché la funzione $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ è invertibile nell'intervallo $[1; 2]$ scrivere l'equazione della funzione inversa;
2. Dimostrare che la funzione $f(x) = \operatorname{sen} x - \frac{x}{\cos x}$ è simmetrica rispetto all'origine;
3. Verificare la seguente identità:
$$\frac{1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$
4. Determinare la parabola del fascio: $y = ax^2 - x$ che delimita un'area $A=6$ con le rette $x = \sqrt{3}$ e $x = 2$
5. Calcolare $\int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen}^3 x} dx$
6. Determinare l'equazione della tangente inflessionale alla curva di equazione $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$.
7. Calcolare il $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$