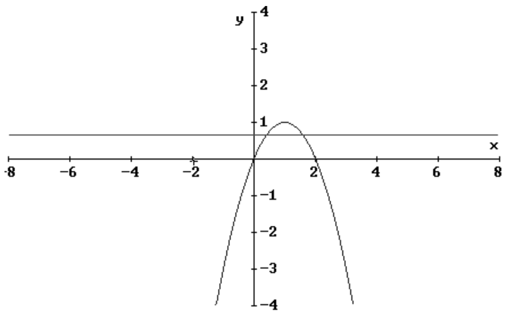
Soluzioni dei quesiti 2_2002

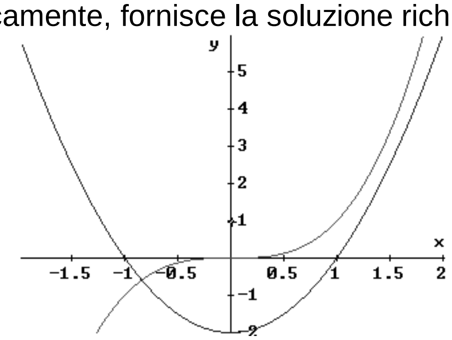
1. $f(x_0)=\dfrac{\int_a^b f(x)dx}{b-a} \Rightarrow f(x_0)=\dfrac{\int_0^2(-x^2+2x)\,dx}{2}$ $f(x_0)=\dfrac{1}{2}\left[-\dfrac{x^3}{3}+x^2\right]_0^2=\dfrac{2}{3}$ e sostituendo questo valore nell'equazione della funzione si ha: $3x^2-6x+2=0$ da cui si ricava $x=\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{3}$



2. $\lim_{h\to 0}\dfrac{5(x+h)+2-(5x+2)}{h}=\lim_{h\to 0}\dfrac{5h}{h}=5$

3. $y=\dfrac{\frac{3}{4}x+k}{x+2} \Rightarrow y=\dfrac{3x+4k}{4(x+2)} \quad \forall k\in\mathbb{R}$

4. da $x^3-2x^2+2=0$ ricaviamo il sistema $\begin{cases} y=x^3 \\ y=2x^2-2 \end{cases}$ che, risolto graficamente, fornisce la soluzione richiesta



$-1<x_0<-\dfrac{1}{2}$

5. affinché $f(x)$ sia continua deve essere $\lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^2-bx\right)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\ln x+a\right)$

   affinché sia derivabile $\lim\limits_{x\to 1^-}(2x-b)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{x}$. Quindi

   $\begin{cases}1-b=a\\2-b=1\end{cases} \Rightarrow \quad a=0; \quad b=1$

6. il sistema ammette una sola soluzione $(x=0; \quad y=0)$ quando

   $D=\begin{vmatrix}e^k & 1\\1 & e^k\end{vmatrix}\neq 0 \quad \Rightarrow \quad e^{2k}-1\neq 0 \quad k\neq 0$ Quindi, affinché abbia soluzioni diverse da quella banale deve essere $k=0$

7. poiché $f'(x)=\frac{e^x-1}{x^2+1}$ e $f'(x)>0$ quando $e^x-1>0$ la funzione è crescente per $x>0$

8. vedi esercizio n° 6

9. $f'(x)=\frac{1}{1+(x-2)^2}+\alpha$ quindi $m=f'(0)=\frac{1}{5}+\alpha$ ed essendo

   $m=1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{5}+\alpha=1 \quad \Rightarrow \quad \alpha=\frac{4}{5}$

10. una matrice è invertibile quando è quadrata ed il suo determinante è diverso da zero, quindi: $\begin{vmatrix}3 & k & -2\\k & 0 & 1\\4 & 1 & -1\end{vmatrix}\neq 0 \quad \Rightarrow \quad k^2+2k-3\neq 0 \Rightarrow k\neq -3 \vee k\neq 1$