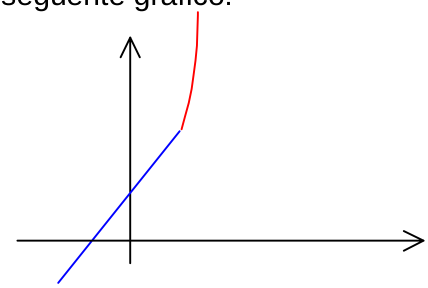
Soluzioni dei quesiti 4_02

1. $f(x)$ è continua quando $\lim_{x\to1^-}(2x+1)=\lim_{x\to1^+}ax^2 \to a=3$ $f(x)=\begin{cases}3x^2 & x\geq 1\\ 2x+1 & x<1\end{cases}$ per cui si ha il seguente grafico:

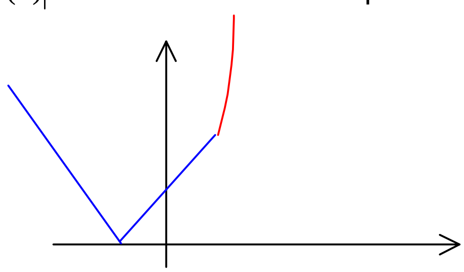


$f(x)$ non è derivabile per $x=1$ perché $\lim_{x\to1^-}2\neq\lim_{x\to1^+}6x$;

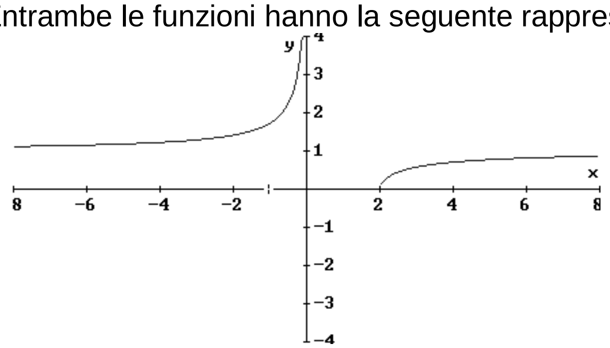
$f(x)$ è integrabile su $[0;2]$ perché è continua in tale intervallo;

$I=\int_0^1(2x+1)dx+\int_1^2 3x^2dx=9$

il grafico di $|f(x)|$ si ottiene ribaltando sopra l'asse delle ascisse la parte negativa di $f(x)$

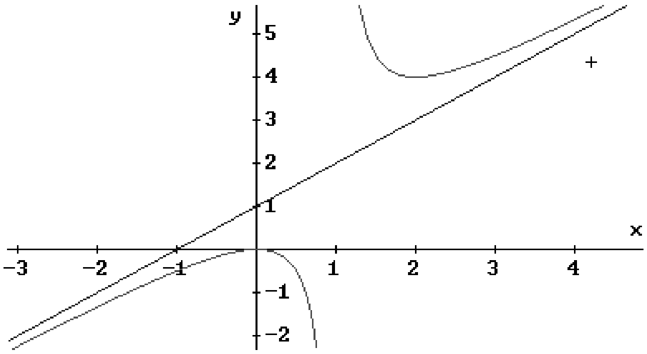


2. Entrambe le funzioni hanno la seguente rappresentazione grafica:



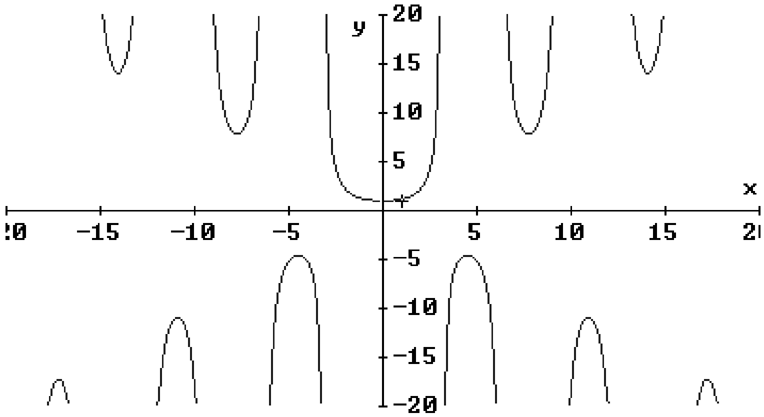
3. L'asintoto è una retta tangente alla curva in un suo punto improprio Essendo $\lim_{x\to1^-}f(x)=-\infty$ $\lim_{x\to1^+}f(x)=+\infty$ $\Rightarrow$ $x=1$ asintoto verticale; inoltre:

$m=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ $q=\lim_{x\to\pm\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x-1}=1$ $y=x+1$ asintoto obliquo.



4. $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ la funzione non è continua nell'intervallo assegnato e quindi non è integrabile.

5. $D_f = \mathbb{R} - \{k\pi\} \quad k \in \mathbb{R}_0$



per $x = 0$ la funzione presenta un punto di discontinuità di terza specie perché esiste il limite ma non esiste il valore della funzione Detta discontinuità è eliminabile se si pone $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{sen\, x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$. Per $x = k\pi \quad (k \neq 0)$ la funzione presenta punti di discontinuità di seconda specie.

6. $f(x_0) = \dfrac{\int_2^e f(x)dx}{e-2}$ ed essendo (*) $\int_2^e \ln x \;\, d(\ln x) = \left[\dfrac{1}{2}\ln^2 x\right]_2^e = \dfrac{1}{2}\left(1 - \ln^2 2\right)$ si ha: $f(x_0) = \dfrac{1 - \ln^2 2}{2(e-2)}$

(*) ricordiamo anche che: $\int [f(x)]^n \cdot f'(x)\,dx = \dfrac{1}{n+1}[f(x)]^{n+1} + c$